Matemática de secundaria

EDICIÓN 1

Álgebra I

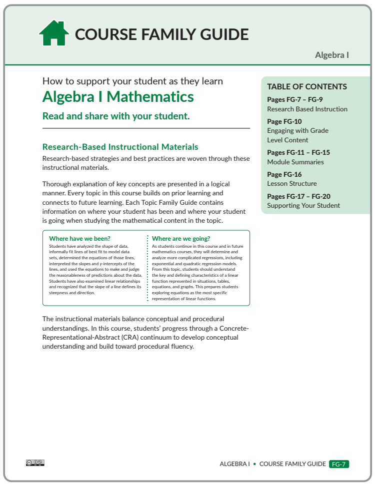
Guía para la familia

Estimada familia:

Sabemos que aprender fuera del salón de clases es fundamental para el éxito del estudiante en la escuela. Esta carta sirve como introducción a los recursos diseñados para ayudarlos a hablar con el estudiante sobre lo que está aprendiendo. Los recursos disponibles incluyen:

- La guía para la familia del curso
- Guías para la familia del tema
- Resumen del tema
- Glosario de matemáticas

Guía para la familia del curso


COURSE FAMILY GUIDE

Algebra I

How to support your student as they learn

Algebra I Mathematics

Read and share with your student.

TABLE OF CONTENTS

Pages FG-7 – FG-9
Research Based Instruction

Page FG-10
Engaging with Grade Level Content

Pages FG-11 – FG-15
Module Summaries

Page FG-16
Lesson Structure

Pages FG-17 – FG-20
Supporting Your Student

Research-Based Instructional Materials

Research-based strategies and best practices are woven through these instructional materials.

Thorough explanation of key concepts are presented in a logical manner. Every topic in this course builds on prior learning and connects to future learning. Each Topic Family Guide contains information on where your student has been and where your student is going when studying the mathematical content in the topic.

Where have we been?
Students have analyzed the shape of data, informally fit lines of best fit to model data sets, determined the equations of those lines, interpreted the slopes and y-intercepts of the lines, and used the equations to make and judge the reasonableness of predictions about the data. Students have also examined linear relationships and recognized that the slope of a line defines its steepness and direction.

Where are we going?
As students continue in this course and in future mathematics courses, they will determine and analyze more complicated regressions, including exponential and quadratic regression models. From this topic, students should understand the key and defining characteristics of a linear function represented in situations, tables, equations, and graphs. This prepares students exploring equations as the most specific representation of linear functions.

The instructional materials balance conceptual and procedural understandings. In this course, students' progress through a Concrete-Representational-Abstract (CRA) continuum to develop conceptual understanding and build toward procedural fluency.

ALGEBRA I • COURSE FAMILY GUIDE FG-7

A continuación de esta carta, hay una Guía para la familia del curso que los guiará por el enfoque de enseñanza basada en la investigación, cómo está estructurado el curso, cómo romper mitos matemáticos, emplear Temas de discusión de la Guía para la familia del curso y usar los estándares de procesos matemáticos TEKS para iniciar debates.

La investigación y la experiencia en el salón de clase guiaron el desarrollo del curso, con la base de un entendimiento científico de cómo aprenden las personas y en un conocimiento realista de cómo aplicar esa ciencia a los materiales didácticos de las matemáticas. Los elementos de diseño didácticos que se presentan en la Guía para la familia del curso incorporan estrategias basadas en la investigación para desarrollar solucionadores de problemas creativos y con comprensión conceptual.

La Guía para la familia del curso proporciona un contenido general de la estructura del curso. El curso consiste de un componente Aprender juntos y un componente Aprender individualmente. El docente facilita una experiencia de aprendizaje colaborativo durante los días de Aprender juntos y utiliza información para abordar destrezas específicas en los días de Aprender individualmente.

Después, la Guía para la familia del curso incluye el Contenido general de cada módulo en el curso, que incluye un resumen detallado de lo que el estudiante estudiará en cada tema dentro del módulo. Debajo del resumen de los temas hay datos e información que conectan los conceptos con la realidad. Lean y debatan la información debajo del resumen del tema con su estudiante y regrese a estas páginas a medida que su estudiante avanza de un tema al otro dentro de cada módulo.

La Guía para la familia del curso también resalta la estructura de la lección. Cada lección está estructurada de la misma manera e incluye cuatro partes: Objetivos y Pregunta esencial, Incio, Actividades y Demuestra lo que sabes.

Guía para la familia del tema

Cada curso se organiza en módulos. Cada módulo está conformado de temas con las Guías para la familia del tema correspondientes. Estas guías tienen las mismas estructuras. Esta consistencia le permitirá a usted y su estudiante comprender cómo hacer referencia al contenido de cada tema.

La Guía para la familia del tema comienza con un contenido general del contenido del tema. Esta introducción incluye una breve explicación de lo que aprenderá su estudiante en este tema, el contenido previo que empleará para ayudar a comprender este tema y una conexión con un aprendizaje futuro.

La siguiente sección de la Guía para la familia del tema es la sección Temas de discusión. La sección Temas de discusión proporciona destrezas que pueden debatir con su estudiante y una pregunta de muestra basada en la matemática del tema que puede discutir con él o ella.

TALKING POINTS

DISCUSS WITH YOUR STUDENT

Functions are an important topic to know for making predictions in the sciences, creating computer programs, and college admissions tests.

HERE IS A SAMPLE QUESTION

For the function $f(x) = 2x^2 - 3x$, what is the value of $f(-5)$?

To solve this, students need to know that the input -5 is substituted for x in the equation:

$$\begin{aligned} f(-5) &= 2(-5)^2 - 3(-5) \\ &= 2(25) + 15 \\ &= 50 + 15 \\ &= 65 \end{aligned}$$

The point $(-5, 65)$ is on the graph of the function.

Luego, la Guía para la familia del tema enumera todo el vocabulario clave nuevo del tema y detalla algunas de las estrategias de matemática que los estudiantes aprenderán en este tema. Finalmente, cada Guía para la familia del tema contiene un Mito matemático. Romper estos Mitos matemáticos ayuda a desarrollar la confianza y explicar cómo la matemática es accesible para todos.

MYTH

"I don't have the math gene."

Let's be clear about something. There isn't ***a*** gene that controls the development of mathematical thinking. Instead, there are probably ***hundreds*** of genes that contribute to it.

Some believe mathematical thinking arises from the ability to learn a language. Given the right input from the environment, children learn to speak without formal instruction. They can learn number sense and pattern recognition the same way.

To further nurture your student's mathematical growth, attend to the learning environment. You can support this by discussing math in the real world, offering encouragement, being available to answer questions, allowing your student to struggle with difficult concepts, and providing space for plenty of practice.

#mathmythbusted

Resumen del tema

Se proporciona un resumen del tema para los estudiantes al final de cada tema. El Resumen del tema enumera todo el vocabulario clave nuevo del tema y proporciona un resumen de cada lección. Cada resumen de la lección define el vocabulario clave nuevo y repasa conceptos clave, estrategias y ejemplos prácticos. El Resumen del tema proporciona una oportunidad para ustedes y su estudiante de debatir los conceptos clave de cada lección, revisar los ejemplos y hacer los cálculos juntos.

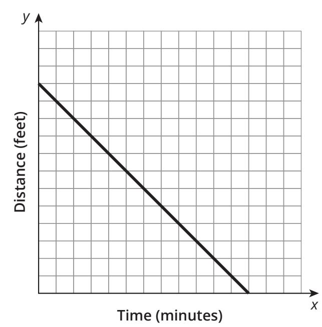
LESSON 1 **Understanding Quantities and Their Relationships**

Many problem situations include two quantities that change. When one quantity depends on another, it is said to be the **dependent quantity**. The quantity that the dependent quantity depends upon is called the **independent quantity**.

Graphs relay information about data in a visual way. Connecting points on a coordinate plane with a line or smooth curve is a way to model or represent relationships. The independent quantity is graphed on the horizontal, or *x*-axis, while the dependent quantity is graphed on the vertical, or *y*-axis. Graphs can be straight lines or curves and can increase or decrease from left to right.

For example, consider the graph that models the situation where Pedro is walking home from school.

Time, in minutes, is the independent quantity and the distance Pedro is from home is the dependent quantity.

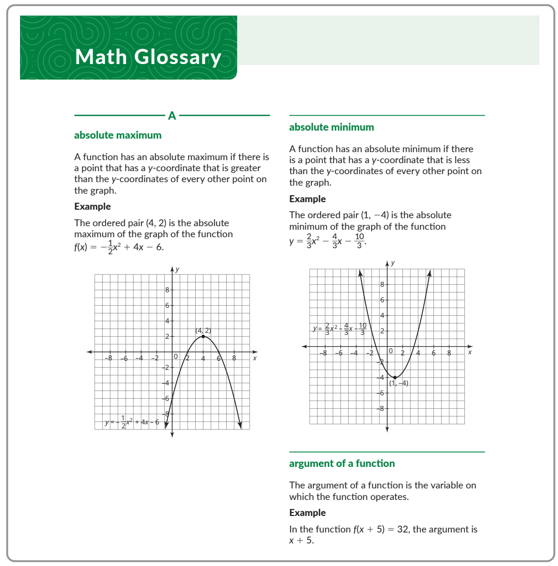


Resumen del tema

Hay evidencia de los estándares del proceso matemático TEKS presente en el Resumen de los temas. Cada lección dentro del tema resalta uno o más de los estándares del proceso matemático TEKS. Estos procesos ayudarán al estudiante a desarrollar destrezas de comunicación y colaboración efectivas que son esenciales para convertirse en un aprendiz exitoso. Discuta con su estudiante las declaraciones de “Yo puedo” asociadas con cada uno delos estándares del proceso matemático TEKS para ayudarlo a desarrollar su aprendizaje y comprensión de las matemáticas. Las declaraciones de “Yo puedo” para cada uno de los estándares del proceso matemático TEKS se incluyen en la Guía para la familia del curso. Con su ayuda, su estudiante puede desarrollar los hábitos de un pensador matemático productivo.

Glosario de matemáticas

El glosario de matemáticas de cada curso es una herramienta para que su estudiante emplee y consulte durante su aprendizaje. Junto con la definición de una palabra de vocabulario, el glosario proporciona ejemplos para profundizar su entendimiento.



Math Glossary

A

absolute maximum

A function has an absolute maximum if there is a point that has a y-coordinate that is greater than the y-coordinates of every other point on the graph.

Example

The ordered pair (4, 2) is the absolute maximum of the graph of the function $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6$.

absolute minimum

A function has an absolute minimum if there is a point that has a y-coordinate that is less than the y-coordinates of every other point on the graph.

Example

The ordered pair $(1, -4)$ is the absolute minimum of the graph of the function $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$.

argument of a function

The argument of a function is the variable on which the function operates.

Example

In the function $f(x + 5) = 32$, the argument is $x + 5$.

Glosario de matemática

Todos tenemos la misma meta para su estudiante, que pueda solucionar problemas con éxito y utilice las matemáticas de forma eficiente y eficaz en la vida diaria. Anímelo a emplear las matemáticas que ya conoce al ver nuevos conceptos y comunicar sus pensamientos mientras proporciona un oído crítico a los pensamientos de los demás.

Gracias por apoyar a su estudiante.

GUÍA PARA LA FAMILIA DEL CURSO

Álgebra I

Cómo apoyar a su estudiante mientras aprende sobre

Matemáticas: Álgebra I

Lea y comparta con su estudiante.

TABLA DE CONTENIDO

Instrucción basada en investigaciones

Las estrategias basadas en investigaciones y prácticas recomendadas se entrelazan a través de estos materiales educativos.

Explicaciones detalladas de conceptos clave presentados de manera lógica. Cada tema de este curso se basa en el aprendizaje previo y se conecta con el aprendizaje futuro. Cada Guía para la familia del tema contiene información acerca de dónde está ubicado el estudiante y hacia dónde se dirige cuando estudia el contenido matemático del tema.

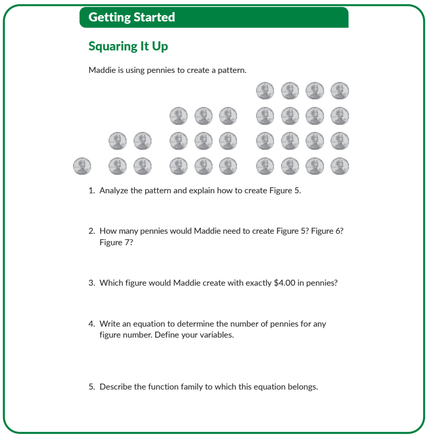
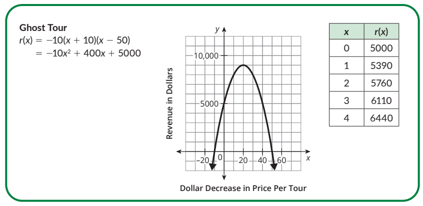
Where have we been?

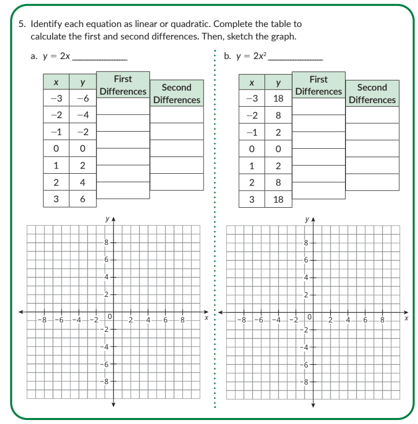
Students have analyzed the shape of data, informally fit trend lines to model data sets, determined the equations of those lines, interpreted the slopes and *y*-intercepts of the lines, and used the equations to make and judge the reasonableness of predictions about the data. Students have also examined linear relationships and recognized that the slope of a line defines its steepness and direction.

Where are we going?

As students continue in this course and in future mathematics courses, they will determine and analyze more complicated regressions, including exponential and quadratic regression models. From this topic, students should understand the key and defining characteristics of a linear function represented in situations, tables, equations, and graphs. This prepares students exploring equations as the most specific representation of linear functions.

Los materiales educativos equilibran la comprensión conceptual y procedimental. En este curso, los estudiantes progresan a través de un continuo CRA (Concreto, representacional, abstracto) para desarrollar la comprensión conceptual y avanzar hacia la fluidez procedimental.

<table>
<tr><th>Concreto</th><th>Representativo</th><th>Abstracto</th></tr>
<tr>
<td>Los estudiantes exploran una situación del mundo real para desarrollar su comprensión intuitiva de las funciones cuadráticas. Reconocen que pueden usar la función cuadrática básica, x^2, para representar el patrón.

Getting Started
Squaring It Up
Maddie is using pennies to create a pattern.
1. Analyze the pattern and explain how to create Figure 5.
2. How many pennies would Maddie need to create Figure 5? Figure 6? Figure 7?
3. Which figure would Maddie create with exactly $4.00 in pennies?
4. Write an equation to determine the number of pennies for any figure number. Define your variables.
5. Describe the function family to which this equation belongs.</td>
<td>Los estudiantes aprenden que las diferentes formas de función cuadrática revelan características específicas clave de la gráfica.


x | r(x)
0 | 5000
1 | 5390
2 | 5760
3 | 6110
4 | 6440</td>
<td>Los estudiantes formalizan su capacidad de reconocer relaciones cuadráticas representadas por tablas. Determinan que una tabla representa una función cuadrática cuando las segundas diferencias son constantes.

5. Identify each equation as linear or quadratic. Complete the table to calculate the first and second differences. Then, sketch the graph.
a. y = 2x ____________
x | y | First Differences | Second Differences
−3 | −6 | |
−2 | −4 | |
−1 | −2 | |
0 | 0 | |
1 | 2 | |
2 | 4 | |
3 | 6 | |
b. y = 2x² ____________
x | y | First Differences | Second Differences
−3 | 18 | |
−2 | 8 | |
−1 | 2 | |
0 | 0 | |
1 | 2 | |
2 | 8 | |
3 | 18 | |</td>
</tr>
</table>

Se proporciona apoyo a los estudiantes mientras perseveran en la resolución de problemas. Estos materiales educativos cuentan con un modelo de resolución de problemas, que incluye preguntas que el estudiante puede hacer cuando participa productivamente en problemas matemáticos y del mundo real. Las indicaciones invitarán al estudiante a utilizar el modelo de resolución de problemas a lo largo del curso.

Estos materiales educativos incluyen características que apoyan a los estudiantes. Los ejemplos prácticos a lo largo del producto brindan instrucción explícita y brindan un modelo al que su estudiante puede consultar de forma continua.

Cuando veas un ejemplo práctico:

- Tómate el tiempo para leerlo completo.
- Cuestiona tu propia comprensión.
- Piensa en las conexiones entre los pasos.

WORKED EXAMPLE

Consider this system of equations: $\begin{cases} 7x + 2y = 24 \\ 4x + y = 15 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} 7x + 2y &= 24 \\ -2(4x + y) &= -2(15) \end{aligned}$$

Multiply the second equation by a constant that results in coefficients that are additive inverses for one of the variables.

$$\begin{array}{rr} & 7x + 2y = 24 \\ + & -8x - 2y = -30 \\ \hline & -x = -6 \\ & x = 6 \end{array}$$

Now that the y-values are additive inverses, you can solve this linear system for x.

$$\begin{aligned} 7(6) + 2y &= 24 \\ 42 + 2y &= 24 \\ 2y &= -18 \\ y &= -9 \end{aligned}$$

Substitute the value for x into one of the equations to determine the value for y.

The solution to the system of linear equations is $(6, -9)$.

Las preguntas “Pulgar hacia arriba”, “Pulgar hacia abajo” y “Quién tiene la razón” abordan los conceptos erróneos comunes de su estudiante y brindan oportunidades para el análisis del trabajo entre los compañeros.

Thumbs Up Thumbs Down

When you see a Thumbs Up icon:

- Take your time to read through the correct solution.
- Think about the connection between steps.

Ask Yourself

- Why is this method correct?
- Have I used this method before?

Isabella

$$4(3x + 2) = 8x + 4$$
$$12x + 8 = 8x + 4$$
$$4x = -4$$
$$x = -1$$

When you see a Thumbs Down icon:

- Take your time to read through the incorrect solution.
- Think about what error was made.

Ask Yourself

- Where is the error?
- Why is it an error?
- How can I correct it?

Ethan

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$
$$C = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$$
$$9(C) = 9\left(\frac{5}{9}F - \frac{160}{9}\right)$$
$$9C = 45F - 1440$$
$$9C + 1440 = 45F$$
$$\frac{9C}{45} + \frac{1440}{45} = \frac{45F}{45}$$
$$\frac{1}{5}C + 32 = F$$

Who's Correct

When you see a Who's Correct icon:

- Take your time to read through the situation.
- Question the strategy or reason given.
- Determine if correct or incorrect.

Ask Yourself

- Does the reasoning make sense?
- If the reasoning makes sense, what is the justification?
- If the reasoning does not make sense, what error was made?

9. Harper and Diego each draw a line of best fit to model a set of data. They both record the vertical distances between each point and the line of best fit.

Harper	Diego
Vertical Distances: 2, 2, 2, 2, 2	Vertical Distances: 1, 1, 1, 1, 6

Both students believe they drew the least square regression line. Who's correct? Justify your choice.

La práctica de destrezas enfocadas ayuda a su estudiante mientras trabaja para adquirir competencia en el material del curso. La práctica cada cierto tiempo proporciona una recuperación espaciada de conceptos clave para su estudiante. Las oportunidades de extensión brindan problemas desafiantes para acelerar el aprendizaje de su estudiante.

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- solution [solución]
- infinite solutions [soluciones infinitas]
- no solution [sin solución]
- literal equation [ecuación literal]
- linear inequality [desigualdad lineal]

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

Skills Practice TOPIC 1 Quantities and Relationships

Name ____________________ Date ____________

I. Understanding Quantities and Their Relationships

Topic Practice

A. Determine the independent and dependent quantities in each scenario. Be sure to include the appropriate units of measure for each quantity.

1. Selena is driving to visit her grandmother who lives 325 miles away from Selena's home. She travels an average of 60 miles per hour.
2. Benjamin works at a printing company. He is making T-shirts for a high school volleyball team. The press he runs can print 3 T-shirts per minute with the school's mascot.
3. On her way to work each morning, Sophia purchases a small cup of coffee for $4.25 from the coffee shop.
4. Phillip enjoys rock climbing on the weekends. At some of the less challenging locations, he can climb upwards of 12 feet per minute.
5. Jose prefers to walk to work when the weather is nice. He walks the 1.5 miles to work at a speed of about 3 miles per hour.
6. Gavin works for a skydiving company. Customers pay $200 per jump to skydive in tandem skydives with Gavin.

TOPIC 1 Quantities and Relationships

Extension

Read the scenario and identify the independent and dependent quantities. Be sure to include the appropriate units of measure.

1. A student performs several experiments in which he swings a pendulum for a 20-second duration. He uses a string that is 27 cm long, and he tests pendulum masses of different sizes, varying from 2 to 12 grams. He records the number of swings each pendulum makes in 20 seconds.
2. The student then decides to make a second graph showing the string length (in cm) as the independent quantity. What changes must the student make to his experiment?

Spaced Practice

1. Solve the equation $-2x + 8 = -3x + 14$.
2. Solve the equation $-3x - 6 = -5x + 8$

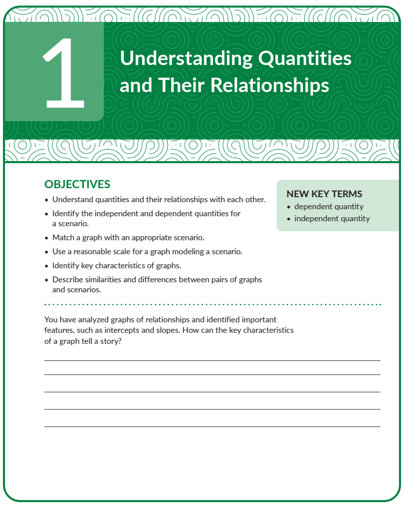
Cada lección presenta uno o más ELPS (Estándares de dominio del idioma inglés) y proporciona al maestro estrategias de implementación que incorporan las mejores prácticas para apoyar la adquisición del idioma. Además, los estudiantes reciben cognados para nuevos términos clave en los resúmenes de temas y las guías para la familia del tema.

Interactuar con contenido de nivel de grado

El estudiante interactuará con el contenido de su nivel de grado de varias maneras con la ayuda del maestro.

Aprender juntos

El maestro facilita el aprendizaje activo de las lecciones para que los estudiantes se sientan seguros al compartir ideas, escucharse unos a otros y aprender juntos. Los estudiantes se convierten en creadores de su conocimiento matemático.


1 Understanding Quantities and Their Relationships

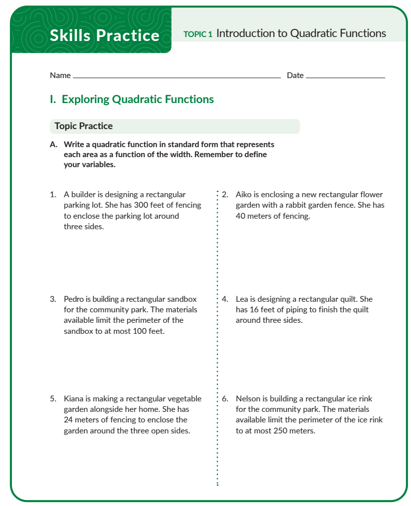
OBJECTIVES
- Understand quantities and their relationships with each other.
- Identify the independent and dependent quantities for a scenario.
- Match a graph with an appropriate scenario.
- Use a reasonable scale for a graph modeling a scenario.
- Identify key characteristics of graphs.
- Describe similarities and differences between pairs of graphs and scenarios.

NEW KEY TERMS
- dependent quantity
- independent quantity

You have analyzed graphs of relationships and identified important features, such as intercepts and slopes. How can the key characteristics of a graph tell a story?

Aprender individualmente

La práctica de destrezas brinda a los estudiantes la oportunidad de participar en el desarrollo de destrezas adicionales que se alinean con cada lección de Aprender juntos. Los días de Aprender individualmente se centran en destrezas discretas que pueden requerir práctica adicional para lograr el dominio.


Skills Practice TOPIC 1 Introduction to Quadratic Functions

Name ______ Date ______

I. Exploring Quadratic Functions

Topic Practice

A. Write a quadratic function in standard form that represents each area as a function of the width. Remember to define your variables.

1. A builder is designing a rectangular parking lot. She has 300 feet of fencing to enclose the parking lot around three sides.
2. Aiko is enclosing a new rectangular flower garden with a rabbit garden fence. She has 40 meters of fencing.
3. Pedro is building a rectangular sandbox for the community park. The materials available limit the perimeter of the sandbox to at most 100 feet.
4. Lea is designing a rectangular quilt. She has 16 feet of piping to finish the quilt around three sides.
5. Kiana is making a rectangular vegetable garden alongside her home. She has 24 meters of fencing to enclose the garden around the three open sides.
6. Nelson is building a rectangular ice rink for the community park. The materials available limit the perimeter of the ice rink to at most 250 meters.

Al final de cada tema, su estudiante tomará una evaluación relacionada con los estándares cubiertos en el tema. Esta evaluación consta de preguntas de opción múltiple, selección múltiple y abiertas diseñadas para que su estudiante demuestre su aprendizaje. Además, cada evaluación incluye una guía de puntuación para que los profesores garanticen una puntuación consistente. La guía de puntuación incluye formas de apoyar o desafiar a su estudiante en función de sus respuestas a las preguntas de la evaluación. El objetivo de la evaluación es que el maestro y el estudiante reflexionen sobre el aprendizaje. Los maestros utilizarán los resultados de la evaluación de su estudiante para enfocarse en las destrezas individuales que su estudiante necesita para dominar o para acelerar y desafiar a su estudiante.

Response to Student Performance

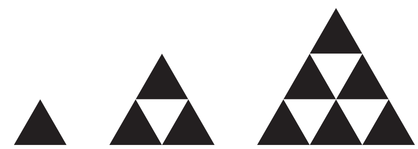
TEKS*	Question(s)	Recommendations
A.2C	1, 6	To support students: • Use Skills Practice Set III.A for additional practice. • Review Lesson 2 Assignment Practice Question 2a and Lesson 3 Assignment Practice Questions 1a and 2a.
A.5A	2, 5	To support students: • Use Skills Practice Set I.B, for additional practice. • Review Lesson 1 Assignment Practice Question 2.
	4, 11	To support students: • Use Skills Practice Set I.A, for additional practice. • Review Lesson 1 Assignment Practice Question 1. To challenge students: • Extend student knowledge with Skills Practice Extension Set I.
A.5B	3, 9	To support students: • Use Skills Practice Sets III.B and III.C, for additional practice. • Review Lesson 3 Assignment Practice Question 3. To challenge students: • Extend student knowledge with Skills Practice Extension Set III.
A.12E	7, 8, 10	To support students: • Use Skills Practice Sets II.A, II.B, and II.C for additional practice. • Review Lesson 2 Assignment Practice Question 3. To challenge students: • Extend student knowledge with Skills Practice Extension Set II.

NOTE: Both teachers and administrators should refer to the Assessment Guidance and Analysis section of the Course & Implementation Guide for additional support in analyzing and responding to student data.

*BOLD TEKS = Readiness Standard

MÓDULO 1 Búsqueda de patrones

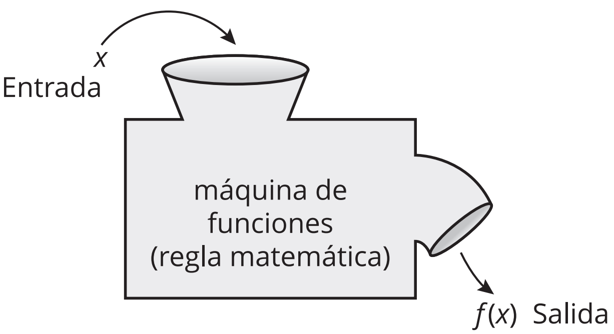
En este módulo, el estudiante profundizará su comprensión de funciones para explorar familias de funciones, incluyendo lineales, exponenciales, cuadráticas y valor absoluto. Hay dos temas en este módulo: *Cantidades y relaciones* y *Secuencias*. Su estudiante recurrirá a lo que ya conoce sobre patrones en este módulo.

TEMA 1 Cantidades y relaciones	TEMA 2 Secuencias
Su estudiante analizará situaciones dadas y gráficas que representen las funciones que estudiarán en el curso.	Explorará secuencias representadas como listas de números, tablas de valores, ecuaciones y gráficas.
¿Qué hay en el mundo? Las gráficas nos permiten ver datos de nuevas maneras para poder encontrar patrones y hacer predicciones sobre las cosas que no sabemos. Incluso pueden utilizarse para llevar la cuenta de hábitos diarios y aprender más sobre nosotros mismos. 	¿Sabías que?  Una secuencia es un patrón de números, figuras geométricas, letras u otros objetos que están ubicados en un orden específico. ¿Cómo se vería la siguiente figura en la secuencia?

MÓDULO 2 EXPLORAR EL MOVIMIENTO CONTINUO

En este módulo, su estudiante aprenderá sobre las funciones lineales. Hay dos temas en este módulo: *Funciones lineales* y *Transformar las funciones lineales*. El estudiante recurrirá a lo que ya conoce sobre ecuaciones lineales y transformaciones geométricas en este módulo.

<table>
<tr><th>TEMA 1
Funciones lineales</th><th>TEMA 2
Transformar y comparar funciones lineales</th></tr>
<tr><td>El estudiante investigará qué significa ser una función y aprenderá los atributos básicos de una función.</td><td>Su estudiante utilizará las transformaciones de funciones para probar las relaciones entre las pendientes de rectas paralelas y perpendiculares. Este trabajo sienta las bases para que los estudiantes transformen cualquiera de los varios tipos de función.</td></tr>
<tr><td>¡Es una máquina!

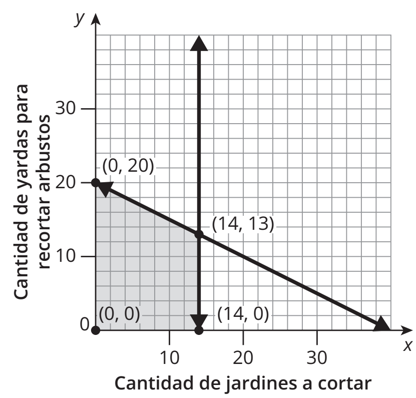


Es más fácil pensar las funciones como pequeñas máquinas matemáticas donde algo se introduce en la máquina y se genera un resultado.</td><td>¡Hoja de ruta!

Las rectas paralelas y perpendiculares, y la precisión de esas rectas, son muy importantes en la construcción de calles en la ciudad, ferrocarriles, líneas eléctricas y la construcción de estructuras. Las ciudades modernas en crecimiento construyen sus caminos en una red de rectas paralelas y perpendiculares, lo que facilita la navegación.</td></tr>
</table>

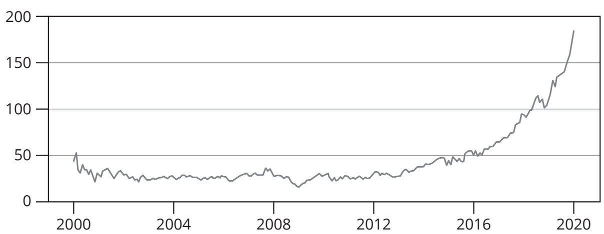
MÓDULO 3 Elaboración de ecuaciones y desigualdades lineales

En este módulo, el estudiante explorará graficar y resolver ecuaciones e inecuaciones lineales. Hay dos temas en este módulo: *Ecuaciones y desigualdades lineales* y *Sistemas de ecuaciones lineales*. El estudiante recurrirá a lo que ya conoce sobre ecuaciones y desigualdades lineales básicas en este módulo.

TEMA 1 Ecuaciones y desigualdades lineales	TEMA 2 Sistemas de ecuaciones y desigualdades lineales
El estudiante resolverá ecuaciones lineales e identificará las soluciones de las desigualdades lineales.	El estudiante utilizará sistemas para encontrar las soluciones de problemas de matemáticas más complejos.
$E = mc^2$ Muy probablemente la ecuación más famosa que ha existido es la ecuación de Albert Einstein de su teoría de la relatividad general que muestra la relación de la energía con la masa. La energía de un objeto en reposo es igual a su masa (m) por la velocidad de la luz (c) al cuadrado. Sin embargo, eso es solo para los objetos en descanso. La ecuación completa para objetos en movimiento con impulso (p) es $E^2 = (mc^2) + (pc)^2$. Puedes reconocer la forma de esta ecuación, que es idéntica a otra ecuación famosa: $a^2 + b^2 = c^2$.	¡Maximizar las ganancias! Las empresas utilizan sistemas de desigualdades todo el tiempo, para asegurarse de obtener la mayor ganancia posible. En una situación dada en la que Tony gana $20 por cada jardín en el que cortó el césped y $15 por cada yarda en la que recorta los arbustos, ¿a qué se debería dedicar para hacer más dinero, si grafica su modelo de negocios? 

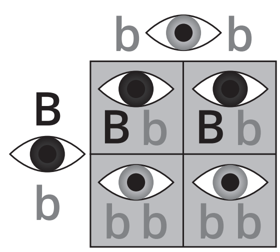
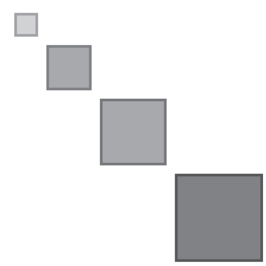
MÓDULO 4 Investigar el crecimiento y la disminución

En este módulo, el estudiante profundizará sus conocimientos sobre las propiedades de las potencias, las funciones exponenciales y las aplicaciones de las funciones exponenciales. Hay dos temas en este módulo: *Introducción a las funciones exponenciales* y *Uso de ecuaciones exponenciales.* Su estudiante utilizará lo que ya sabe sobre secuencias geométricas y modelos de regresión en este módulo.

TEMA 1 Introducción a las funciones exponenciales	TEMA 2 Uso de ecuaciones exponenciales
El estudiante ampliará la idea de utilizar una diferencia común a una razón constante para crear una función exponencial. También repasarán y aprenderán propiedades nuevas que se relacionan con los exponentes.	El estudiante aplicará lo que aprendió sobre funciones exponenciales y razones constantes para representar situaciones de crecimiento o disminución y utilizar los modelos para resolver problemas.
¡Ganar dinero!  Muchas personas invierten su dinero en acciones, las cuales tienden a crecer de forma más bien exponencial que lineal. Si se dibuja una línea desde el punto de inicio hasta el punto del final de esta gráfica, ¿será esa tendencia en lo cual inviertes tu dinero?	¿Sabías que?  Los científicos utilizan algo llamado datación por radiocarbono para determinar qué tan antiguos son los fósiles mediante la medición de la cantidad de isótopos radiactivos de carbono que quedan en un objeto. Saber la tasa exacta de disminución les permite hacer predicciones sobre cuánto tiempo estuvo el objeto en deterioro viendo lo que queda.

MÓDULO 5 MAXIMIZAR Y MINIMIZAR

En este módulo, su estudiante profundizará su comprensión de las funciones cuadráticas. Hay tres temas en este módulo: *Introducción a las funciones cuadráticas*, *Operaciones con polinomios* y *Resolución de ecuaciones cuadráticas*. Su estudiante usará lo que ya sabe sobre los atributos y soluciones clave de funciones lineales y exponenciales en este módulo.

TEMA 1 Introducción a las funciones cuadráticas	TEMA 2 Operaciones con polinomios	TEMA 3 Resolución de ecuaciones cuadráticas
Su estudiante se introducirá a las funciones cuadráticas y explorará los atributos claves que tiene. Luego, las transformaciones se aplicarán a las funciones cuadráticas, construyendo lo que se aprendió previamente con transformaciones de funciones lineales.	El estudiante realizará operaciones con polinomios, incluido el uso de representaciones de área para multiplicar binomios antes de usar la propiedad distributiva.	Su estudiante aprenderá las propiedades algebraicas de polinomios requeridas para resolver ecuaciones cuadráticas y comprender los significados a sus soluciones.
¿Sabías que?  La fuerza de gravedad causa que un objeto se acelere cada vez más rápido hacia el suelo y se puede representar con una función cuadrática. Los cohetes necesitan lanzarse al aire lo suficientemente lejos para escapar la fuerza de la gravedad, ¡y los primeros científicos de cohetes usaban funciones cuadráticas para poder llegar al espacio!	¿Dominante o recesivo?  Puede emplear modelos de área para multiplicar números de varios dígitos y polinomios, pero también tienen otra aplicación que encontrará en una clase de ciencia o biología: ¡Tablero de Punnett! Los científicos usan el Tablero de Punnett para ayudar a predecir las variaciones y probabilidades que pueden darse en la cría, tales como el color de los ojos. El gen de los ojos marrones es dominante, por lo que si el gen se transmite, la cría tendrá ojos marrones. Sin embargo, si el gen recesivo de los ojos azules se transmite por parte de ambos padres, entonces la cría tendrá ojos azules. Es divertido intentar descubrir cuál de tus padres o abuelos te dio tus características recesivas o dominantes.	¡Es cuadrado!  Una de las primeras relaciones cuadráticas descubiertas fue la relación entre el largo de un lado de un cuadrado y el área de ese cuadrado.

Estructura de la lección

Cada lección del curso se organiza de la misma manera para desarrollar un conocimiento profundo. Lea las partes de la lección para conocer más sobre la de aprendizaje del estudiante en el salón de matemáticas.

Objetivos & Pregunta esencial

Cada lección comienza con objetivos que se incluyen para ayudar a los estudiantes a comprender los objetivos. También se incluye una afirmación esencial que conecta el aprendizaje de los estudiantes con una pregunta para reflexionar. La pregunta se repite al final de cada lección para evaluar el nivel de comprensión del estudiante.

Inicio

La sección Inicio involucra a su estudiante en el aprendizaje. En la sección Inicio, el estudiante recurre a lo que ya conoce del mundo, lo que aprendió anteriormente y la intuición para que pueda pensar de forma matemática y prepararse para lo que vendrá en la lección.

Actividades

En las actividades, los estudiantes desarrollan su conocimiento matemático y desarrollan una comprensión profunda de las matemáticas. Estas actividades le permiten al estudiante comunicarse y trabajar con otros compañeros en la clase de matemáticas.

Cuando el estudiante trabaja en estas actividades, tenga en mente

- No se trata solo de buscar una respuesta. Es importante hacer el cálculo y hablar al respecto.
- Cometer errores es una parte importante del aprendizaje, así que ¡arriésgate!
- A menudo hay más de una forma para resolver un problema.

Demuestra lo que sabes

La sección Demuestra lo que sabes le permite al estudiante reflexionar sobre las ideas principales de la lección y demostrar lo que ha aprendido.

Tarea de la lección

La tarea de la lección proporciona a sus estudiantes práctica para desarrollar fluidez y competencia. La tarea de la lección también incluye una sección para ayudar a preparar a los estudiantes para la siguiente lección.

Conceptos clave de la lección

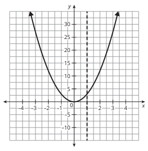
Al final de cada tema, el Resumen del tema proporciona un resumen de cada lección del tema. Anime a su estudiante a utilizarlos como herramienta para revisar y recuperar los conceptos clave de una lección.

Apoyar a su estudiante

Where are we now?

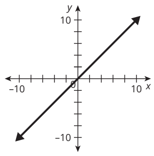
The **Vertical Line Test** is a way to determine if a relation on a graph is a function.

The equation $y = 3x^2$ is a function. The graph passes the vertical line test because there are no vertical lines you can draw that would cross the graph at more than one point.



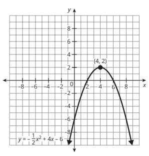
A **continuous graph** is a graph of points connected by a line or smooth curve. Continuous graphs have no breaks.

The graph shown is a continuous graph.



A function has an **absolute maximum** when there is a point that has a *y*-coordinate that is greater than the *y*-coordinates of every other point on the graph. It is the highest point that the curve reaches on the graph.

The absolute maximum of the graph of the function $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6$ is $y = 2$.



Guía para la familia del tema

La Guía para la familia del tema proporciona una visión general de las matemáticas del tema, cómo están conectadas las matemáticas a lo que los estudiantes ya saben y cómo se utilizará ese conocimiento en el aprendizaje futuro. Proporciona un ejemplo de un modelo o estrategia matemática que su estudiante está aprendiendo en el tema, rompiendo un mito matemático, temas de discusión para debatir o preguntas para hacerle a su estudiante, y todos los nuevos términos clave que su estudiante aprenderá. También puede utilizar el Glosario de matemáticas para comprobar la terminología y las definiciones. Anime a su estudiante a consultar los nuevos términos clave en la Guía para la familia del tema y el Glosario de matemáticas al completar tareas de matemáticas.

Aprender fuera del aula es crucial para el éxito de su estudiante. Si bien no esperamos que usted sea profesor de matemáticas, la Guía para la familia del tema puede ayudarlo mientras habla con su estudiante sobre el contenido matemático del curso. Se espera que tanto usted como su estudiante lean y se beneficien con estas guías.

TALKING POINTS

DISCUSS WITH YOUR STUDENT

Functions are an important topic to know for making predictions in the sciences, creating computer programs, and college admissions tests.

HERE IS A SAMPLE QUESTION

For the function $f(x) = 2x^2 - 3x$, what is the value of $f(-5)$?

To solve this, students need to know that the input -5 is substituted for x in the equation:

$$\begin{aligned} f(-5) &= 2(-5)^2 - 3(-5) \\ &= 2(25) + 15 \\ &= 50 + 15 \\ &= 65 \end{aligned}$$

The point $(-5, 65)$ is on the graph of the function.

MYTH

"I don't have the math gene."

Let's be clear about something. There isn't ***a*** gene that controls the development of mathematical thinking. Instead, there are probably ***hundreds*** of genes that contribute to it.

Some believe mathematical thinking arises from the ability to learn a language. Given the right input from the environment, children learn to speak without formal instruction. They can learn number sense and pattern recognition the same way.

To further nurture your student's mathematical growth, attend to the learning environment. You can support this by discussing math in the real world, offering encouragement, being available to answer questions, allowing your student to struggle with difficult concepts, and providing space for plenty of practice.

#mathmythbusted

Mitos de matemáticas

Los mitos de matemáticas pueden llevar a estudiantes y adultos a creer que las matemáticas son demasiado difíciles para ellos, que las matemáticas son una destreza inalcanzable o que solo hay una manera correcta de hacer matemáticas. La sección Mitos de las matemáticas en la Guía para la familia del tema rompe estos mitos y proporciona explicaciones basadas en investigaciones de por qué las matemáticas son accesibles para todos los estudiantes (y adultos).

Ejemplos de estos mitos incluyen:

Mito Solo dime la regla. Si conozco la regla, comprenderé las matemáticas.

Apoyar a su estudiante

Memoriza la siguiente regla: Todos los drados son elos. ¿Recordarás esa regla mañana? No. ¿Por qué no? Porque no significa nada. No está conectada con nada de lo que conoces. ¿Qué sucede si cambiamos la regla a: Todos los cuadrados son paralelogramos? ¿Qué tal ahora? ¿Puedes recordar eso? Por supuesto que sí, porque ahora, tiene sentido. El aprendizaje no se produce en un vacío. Debe conectarse a lo que ya sabes. De lo contrario, las reglas arbitrarias se olvidan.

Mito: Hay una forma correcta de resolver problemas matemáticos

Emplear varias estrategias para llegar a una sola solución correcta es importante en la vida. Supón que estás conduciendo en un área abarrotada en el centro de la ciudad. Cuando un camino está congestionado, siempre puedes tomar una vía diferente. Cuando solo conoces un camino, se te acabó la suerte.

Aprender matemáticas no es diferente. Es posible que solo haya una respuesta correcta, pero a menudo hay varias estrategias para llegar a esa solución. Todos deberíamos adoptar el hábito de decir: “Muy bien, hay una manera de hacerlo. ¿Hay otra manera? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas?” De esa manera, se evita caer en la trampa de pensar que solo hay una manera correcta porque esa estrategia puede no siempre funcionar o puede haber una estrategia más eficiente.

Es importante enseñar varias estrategias a los estudiantes. Esto ayuda a los estudiantes a comprender los beneficios del método más eficiente. Además, todos tenemos experiencias y preferencias diferentes. Lo que funciona para alguien probablemente no le funcione a alguien más.

Los estándares de procesos matemáticos TEKS

Cada módulo se concentrará en los estándares de procesos matemáticos TEKS que ayudarán al estudiante a convertirse en un pensador matemático. Los estándares de procesos matemáticos TEKS se enumeran a continuación. Discuta con su estudiante las declaraciones de “Yo puedo” debajo de los estándares para ayudarlo a desarrollar su aprendizaje y comprensión de las matemáticas. Con su ayuda, su estudiante puede convertirse en un pensador matemático productivo.

Aplica las matemáticas a los problemas que surgen en la vida diaria, en la sociedad y en el lugar de trabajo.

Yo puedo:

- usar las matemáticas que aprendí para resolver problemas del mundo real.
- interpretar resultados matemáticos en los contextos de una variedad de problemas de matemáticas.

Apoyar a su estudiante

Usa un modelo para resolver problemas que incluya analizar la información dada, formular un plan o una estrategia, determinar una solución, justificar una solución y evaluar el proceso para resolver problemas y la razonabilidad de la solución.

Yo puedo:

- explicar qué “significa” un problema con mis propias palabras.
- crear un plan y cambiarlo cuando sea necesario.
- hacer preguntas útiles para comprender el problema.
- explicar mi razonamiento y defender mi solución.
- reflexionar si mis resultados tienen sentido.

Selecciona las herramientas, incluso objetos reales, manipulables, papel y lápiz, y tecnología según corresponda, y técnicas incluso matemáticas mental, estimación, y sentido numérico según corresponda, para resolver problemas.

Yo puedo:

- usar una variedad de herramientas diferentes que tengo para resolver problemas.
- reconocer cuándo una herramienta que tengo para resolver problemas puede ser útil y cuándo tiene limitaciones.
- buscar métodos eficientes para resolver problemas.
- estimar antes de comenzar a calcular para ayudar a mi razonamiento.

Comunica las ideas matemáticas, el razonamiento y sus implicancias usando diferentes representaciones, entre ellas símbolos, diagramas, gráficas e idioma, según corresponda.

Yo puedo:

- explicar qué “significa” un problema con mis propias palabras.
- crear un plan y cambiarlo de ser necesario.
- hacer preguntas útiles al intentar comprender el problema.
- explicar mi razonamiento y defender mi solución.
- reflexionar si mis resultados tienen sentido.

Crea y utiliza representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas.

Yo puedo:

- considerar las unidades de medida involucradas en un problema.
- etiquetar diagramas y figuras de forma adecuada para aclarar el significado de diferentes representaciones.
- crear una representación comprensible de un problema de matemáticas.

Apoyar a su estudiante

Analiza las relaciones matemáticas para conectar y comunicar las ideas matemáticas.

Yo puedo:
- identificar relaciones importantes en un problema de matemáticas.
- recurrir a lo que sé para resolver problemas nuevos.
- analizar y organizar información.
- observar de cerca para identificar patrones o estructuras.
- buscar métodos generales y maneras más eficientes de resolver problemas.

Clasifica, explica y justifica las ideas y los argumentos matemáticos empleando lenguaje matemático preciso en comunicación oral o escrita.

Yo puedo:
- trabajar meticulosamente y verificar mi trabajo.
- distinguir el razonamiento correcto del razonamiento erróneo.
- utilizar vocabulario matemático apropiado cuando hablo con mis compañeros, mi docente y otras personas.
- especificar las unidades de medida adecuadas cuando explico mi razonamiento.
- calcular correctamente y comunicarte de forma precisa con los demás.

Apoyar a su estudiante

Reflexionar sobre el aprendizaje y el progreso

Para apoyar a su estudiante, anímelo a reflexionar sobre el proceso de aprendizaje. Los recursos educativos incluyen una autorreflexión del estudiante para cada tema. Anime a su estudiante a reflexionar con precisión y frecuencia sobre el aprendizaje y el progreso a lo largo de cada tema. Hable sobre los conceptos específicos en el tema Autorreflexión con su estudiante y celebre el progreso desde el principio hasta el final del tema. Recuerde a su estudiante que consulte el tema Autorreflexión en los días de Aprender individualmente después de centrarse en destrezas y conceptos específicos. Puede hacer que su alumno explique conceptos de la autorreflexión utilizando los resúmenes de los temas o las tareas de las lecciones para demostrar su comprensión.

TOPIC 1 SELF-REFLECTION

Name: ________________

Quantities and Relationships

When you reflect on what you are learning, you develop your understanding and know when to ask for help.

Reflect on these statements. Place a number in each circle from 1–3, where 1 represents **the skill is new to me,** 2 represents **I am building proficiency of the skill,** and 3 represents **I have demonstrated proficiency of the skill**.

I can demonstrate an understanding of the standards in the *Quantities and Relationships* topic by:

TOPIC 1: *Quantities and Relationships*	Beginning of Topic	Middle of Topic	End of Topic
choosing appropriate scale and origin for graphs.	○	○	○
identifying the appropriate unit of measure for each variable or quantity.	○	○	○
analyzing a graph and stating the key characteristics of the graph.	○	○	○
using a problem situation to explain what the key features of a graph mean in real-world context.	○	○	○
deciding whether relations represented verbally, tabularly, graphically, and symbolically define a function.	○	○	○
recognizing a linear, exponential, or quadratic function by its equation or graph.	○	○	○
evaluating functions, expressed in function notation, given one or more elements in their domain.	○	○	○
determining the domain and range and the independent and dependent quantities in a relationship.	○	○	○

continued on the next page

¡Gracias!

Disfrute de la divertida aventura matemática que le espera a usted y a su estudiante. Recuerde que tiene recursos disponibles a su disposición. Agradecemos por apoyar el aprendizaje de su estudiante.

Matemática de secundaria

EDICIÓN 1

MÓDULO 1

Guía para la familia

Guía para la familia

MÓDULO 1 Búsqueda de patrones

Álgebra I

TEMA 1 Cantidades y relaciones

En este tema, los estudiantes exploran una variedad de funciones diferentes. La intención es simplemente introducir estas nuevas funciones al dar una descripción general y no un conocimiento profundo en este momento. El tema está diseñado para ayudar a los estudiantes a reconocer que diferentes familias de funciones tienen diferentes características clave. Más adelante en este curso, formalizarán su conocimiento de las características definitorias de cada tipo de función.

¿Dónde hemos estado?

En grados anteriores, los estudiantes definieron una función y utilizaron funciones lineales para representar la relación entre dos cantidades. Escribieron funciones lineales en la forma pendiente-intersección y deberían poder identificar la pendiente y la intersección en y en la ecuación. Los estudiantes también han descrito gráficas como funciones con el vocabulario *creciente*, *decreciente*, *constante*, *lineal* y *no lineal*.

¿Hacia dónde vamos?

El estudio de las funciones es uno de los principales objetivos de Álgebra I y de los futuros cursos de matemáticas. Este tema genera la base para un estudio más profundo en el futuro al familiarizar a los estudiantes con el concepto de una función. Los estudiantes continuarán utilizando la notación formal de función a lo largo de este curso y en cursos de matemáticas de niveles más altos.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones son un tema importante que hay que conocer para hacer predicciones en ciencias, crear programas informáticos y pruebas de admisión a la universidad.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

Para la función $f(x) = 2x^2 - 3x$, ¿cuál es el valor de $f(-5)$?

Para resolver esto, los estudiantes deben saber que la entrada -5 se sustituye por x en la ecuación:

$$\begin{aligned} f(-5) &= 2(-5)^2 - 3(-5) \\ &= 2(25) + 15 \\ &= 50 + 15 \\ &= 65 \end{aligned}$$

El punto $(-5, 65)$ está en la gráfica de la función.

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

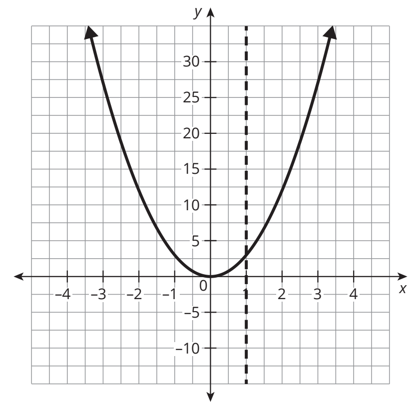
- cantidad dependiente
- cantidad independiente
- relación
- dominio
- rango
- función
- notación de función
- prueba de la línea vertical
- gráfica discreta/ discontinua
- gráfica continua
- función creciente
- función decreciente
- función constante
- familia de funciones
- funciones lineales
- funciones exponenciales
- máximo absoluto
- mínimo absoluto
- funciones cuadráticas
- intersección con el eje *x*
- intersección con el eje *y*

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

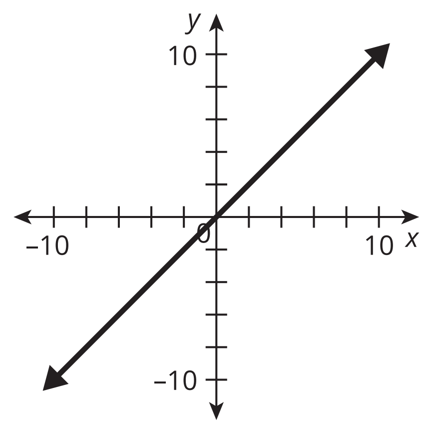
La **Prueba de recta vertical** es una manera de determinar si una relación en una gráfica es una función.

La ecuación $y = 3x^2$ es una función. La gráfica aprueba la prueba de línea vertical porque no hay líneas verticales que se puedan trazar que crucen la gráfica en más de un punto.



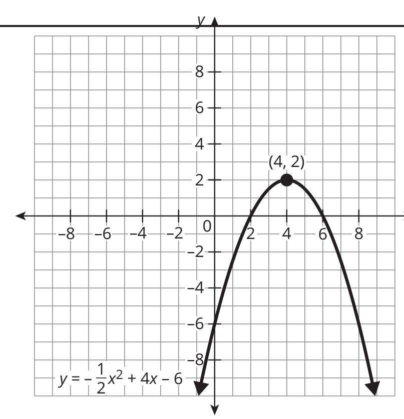
Una **gráfica continua** es una gráfica de puntos conectados por una recta o una curva suave. Las gráficas continuas no tienen interrupciones.

La gráfica que se muestra es una gráfica continua.



Una función tiene un **máximo absoluto** cuando hay un punto que tiene una coordenada *y* mayor que las coordenadas *y* de todos los puntos en la gráfica. Es el punto más alto que alcanza la curva en la gráfica.

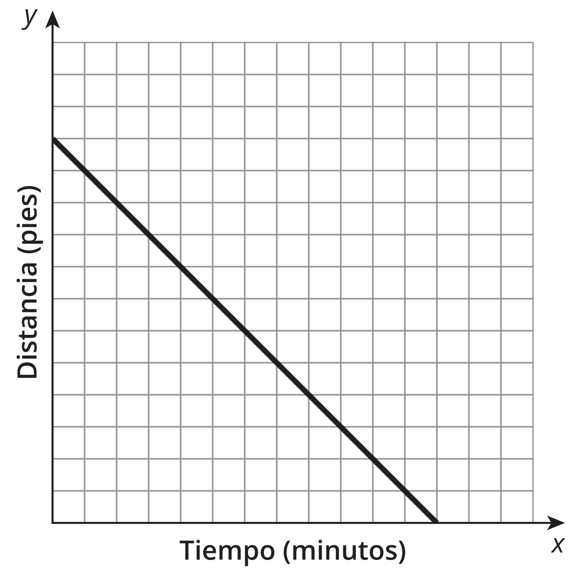
El máximo absoluto de la gráfica de la función $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6$ es $y = 2$.



En la **Lección 1: Entender las cantidades y las relaciones**, los estudiantes leen la descripción de las relaciones entre dos cantidades e identifican cuál es la independiente y cuál la dependiente.

Cantidades independientes y dependientes

Muchas situaciones de problemas incluyen dos cantidades que cambian. Cuando una cantidad depende de otra, se dice que es una **cantidad dependiente**, que se representa generalmente con la variable *y*. La cantidad que cambia la otra cantidad se denomina **cantidad independiente**, que se representa generalmente por la variable *x*.



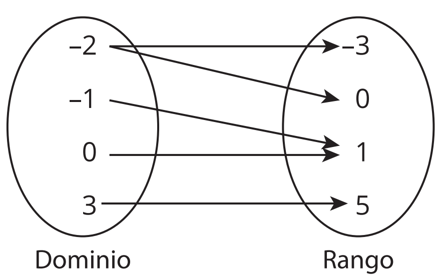
Por ejemplo, considere la gráfica que representa la situación en la que se encuentra Pedro que camina a casa desde la escuela a un ritmo constante. El tiempo, en minutos, que camina Pedro es la cantidad independiente. La distancia desde casa es la cantidad dependiente.

En la **Lección 3: Reconocer funciones y familias de funciones**, los estudiantes investigan relaciones, funciones y notación de funciones.

Funciones y relaciones

Una **relación** es un mapeo entre un conjunto de valores de entrada llamado **dominio** y un conjunto de valores de salida llamado **rango**. Una **función** es una relación entre un conjunto determinado de elementos, donde cada elemento del dominio está agrupado con exactamente un elemento en el rango. Si cada valor en el dominio tiene solo un valor de rango, como la Figura 2, la relación es una función. Si cualquier valor en el dominio tiene más de un valor de rango, como la Figura 1, la relación no es una función.

Figura 1



El valor –2 en el dominio tiene más de un valor de rango. El mapeo no representa una función.

Figura 2

Dominio	Rango
2	1
6	3
10	5
14	7

Cada elemento en el dominio tiene exactamente un elemento en el rango. La tabla representa una función.

MITO

“No tengo el gen de las matemáticas”.

Seamos claros en algo.
No existe ***un*** gen que controle el desarrollo del pensamiento matemático. En su lugar, probablemente hay ***cientos*** de genes que contribuyen para ello.

Algunos creen que el pensamiento matemático surge de la capacidad para aprender un idioma. Si reciben los estímulos correctos del entorno, los niños aprenden a hablar sin enseñanza formal. Ellos pueden aprender sobre sentido numérico y reconocimiento de patrones de la misma manera.

Para propiciar el crecimiento matemático de su estudiante, preste atención al entorno de aprendizaje. Usted puede contribuir a ello hablando de las matemáticas en el mundo real, dándole ánimos, estando disponible para responder a sus preguntas, permitiéndole que se esfuerce con los conceptos difíciles y ofreciéndole espacio para practicar mucho.

#destructordemitosmatemáticos

Notación de funciones

Las funciones se pueden representar de muchas maneras.
Una ecuación que representa una función puede escribirse utilizando la **notación de funciones**. La notación de funciones es una forma de representarlas con álgebra. Esta forma permite identificar de manera más fácil las cantidades independientes y dependientes. La función $f(x)$ se lee como “f de x” y muestra que x es la variable independiente.

$$f(x) = 8x + 15$$

nombre de la función

variable independiente

La ecuación lineal $y = 8x + 15$ se puede escribir a manera de representar una relación entre las variables x e y. Puede escribir esta ecuación lineal como una función con el nombre f para representarla como un objeto matemático que tiene un conjunto específico de entradas (el dominio de la función) y un conjunto específico de salidas (el rango de la función).

Familias de funciones

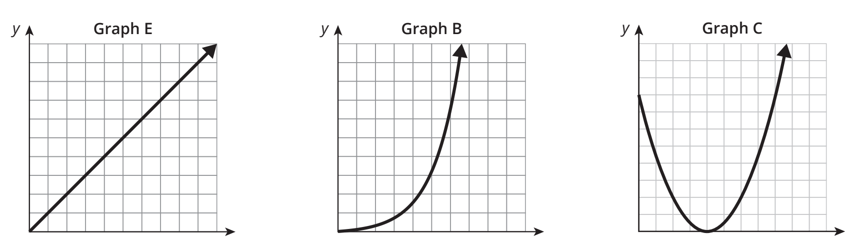
En la **Lección 4: Reconocer las funciones por sus características**, los estudiantes asocian familias de funciones con conjuntos específicos de características.

Una **familia de funciones** es un grupo de funciones que comparte ciertas características. Las familias de funciones tienen propiedades clave que son comunes entre todas las funciones en la familia. Conocer estas propiedades clave es útil cuando se dibuja una gráfica de la función.

La gráfica de una **función lineal** se representará con una línea recta que puede ser vertical, horizontal y diagonal.

La gráfica de una **función exponencial** se representará con una curva suave.

La gráfica de una **función cuadrática** se representará con una parábola.



Guía para la familia

MÓDULO 1 Búsqueda de patrones

Álgebra I

TEMA 2 Secuencias

En este tema, los estudiantes analizan secuencias representadas como listas de números, en tablas de valores, por medio de ecuaciones y como gráficas en el plano de coordenadas. Los estudiantes pasan de un conocimiento intuitivo de los patrones a un enfoque más formal de cómo representar secuencias como funciones.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes han estado analizando y extendiendo patrones numéricos desde la escuela primaria. Han descubierto y explicado las funciones de patrones. Han formado pares ordenados con términos de dos secuencias y comparado los términos. En los grados anteriores, los estudiantes conectaron números de los términos y valores de los términos como las entradas y los salidas de una función.

¿Hacia dónde vamos?

A medida que los estudiantes profundizan su conocimiento de las funciones a lo largo de este curso y más adelante, reconocer que todas las secuencias son funciones constituye un elemento fundamental. Un conocimiento profundo de las secuencias aritméticas es la base de las funciones lineales.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

¿Cuál es el segundo término en esta secuencia geométrica?

$\frac{1}{3}, \_\_\_, \frac{1}{48}, \frac{1}{192}, \ldots$

Para resolverlo, los estudiantes deben saber que cada término en una secuencia geométrica se calcula utilizando el mismo multiplicador o razón constante. El multiplicador se puede determinar dividiendo el término entre el término que está antes de este.

En este caso, $192 \div 48 = 4$. Por lo tanto, $\frac{1}{192} \div \frac{1}{48} = \frac{1}{4}$. Esto significa que el multiplicador es $\frac{1}{4}$. El segundo término se puede calcular multiplicando el primer término por $\frac{1}{4}$.

Porque $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$, el segundo término es $\frac{1}{12}$.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Las secuencias son un tema importante que hay que conocer para las pruebas de admisión universitaria.

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- secuencia/sucesión
- término de una secuencia
- secuencia infinita
- secuencia finita
- secuencia aritmética
- diferencia común
- secuencia geométrica
- razón común
- fórmula recursiva
- fórmula explícita
- modelado matemático

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

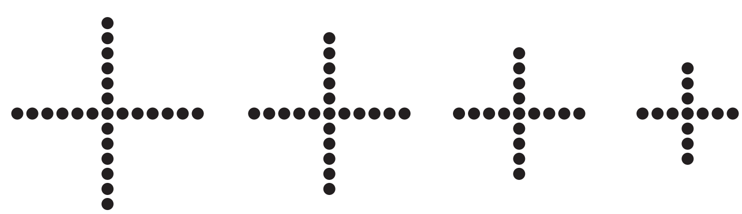
Una **secuencia** es un patrón que tiene una disposición ordenada de números, figuras geométricas, letras u otros objetos. Un **término en una secuencia** es un número, figura o letra individual en la secuencia.
Una **fórmula recursiva** expresa cada término de una secuencia según un término procedente de la secuencia. La fórmula recurrente de una secuencia aritmética es $a_n = a_{n-1} + d$. La fórmula recurrente de una secuencia geométrica es $g_n = g_{n-1} \cdot r$. La fórmula $a_n = a_{n-1} + 2$ es un ejemplo de una fórmula recursiva. Cada término que viene después se calcula sumando 2 al término previo. Si $a_1 = 1$, entonces $a_2 = 1 + 2 = 3$.

En la **Lección 1: Reconocer patrones y secuencias**, los estudiantes escriben secuencias numéricas para representar patrones o contextos geométricos.

Secuencias

Una **secuencia** es un patrón que involucra una disposición ordenada de números, figuras geométricas, letras u otros objetos. Un **término en una secuencia** es un número, figura o letra individual en la secuencia.

Observa el patrón que se muestra.



En este patrón, cada figura tiene cuatro puntos menos que la imagen anterior. Para ampliar este patrón, dibuje las siguientes imágenes:

La secuencia que representa estas figuras es: 25, 21, 17, 13, 9, 5, 1.

En la **Lección 2: Secuencias aritméticas y geométricas**, los estudiantes clasificarán secuencias según las características de la expresión.

Secuencia aritmética

Una **secuencia aritmética** es una secuencia de números donde la diferencia entre dos términos consecutivos cualesquiera es una constante. En otras palabras, es una secuencia de números donde se agrega una constante a cada término para producir el siguiente término. Esta constante se conoce como la **diferencia común**. La diferencia común se representa generalmente por la variable *d*.

Considera la secuencia que se muestra.

11, 9, 7, 5, ...

Al patrón se agrega el mismo número negativo, −2, a cada término para definir el término siguiente.

$$\text{Secuencia: } \underline{\;11\;} \xrightarrow{\text{suma}-2} \underline{\;9\;} \xrightarrow{\text{suma}-2} \underline{\;7\;} \xrightarrow{\text{suma}-2} \underline{\;5\;}, \ldots$$

Esta secuencia es aritmética y la diferencia común, *d*, es −2.

Secuencias geométricas

Una **secuencia geométrica** es una secuencia de números en la que la razón entre dos términos consecutivos cualesquiera es una constante. La constante, que es un entero o una fracción, se llama **razón común** y, por lo general, se representa con la variable *r*. Por ejemplo, en la secuencia 27, 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, el patrón es multiplicar cada término por el mismo número, $\frac{1}{3}$, para determinar el término siguiente. Por esa razón, esta secuencia es geométrica y el radio común *r*, es $\frac{1}{3}$.

Secuencia geométrica

número de término anterior

término n

$$g_n = g_1 \cdot r^{\overbrace{n-1}}$$

1.er término

razón común

MITO

Hacer preguntas significa que no entiendes.

Es una verdad universal que para cualquier cúmulo de conocimientos dado, existen niveles de entendimiento. Por ejemplo, puede que entiendas las reglas del béisbol y puedas seguir un juego sin problema. Pero probablemente hay más sobre el juego que puedas aprender. Por ejemplo ¿conoces las 23 formas de llegar a primera base, incluso aquella en la que ponchan al bateador?

Las preguntas no siempre indican falta de conocimiento. En cambio, estas podrían permitirte aprender aún más sobre un tema que ya entiendes. Hacer preguntas también te da la oportunidad de estar seguro de que entiendes un tema correctamente. Por último, es sumamente importante que te hagas preguntas a ti mismo. Por ejemplo, todos deberían tener el hábito de preguntarse, "¿Esto tiene sentido? ¿Cómo se lo explicaría a un amigo?"

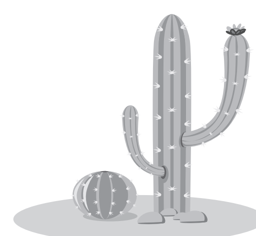
#destructordemitosmatemáticos

En la **Lección 3: Determinar expresiones recursivas y explícitas a partir de contextos**, los estudiantes utilizarán y definirán fórmulas explícitas.

Fórmulas explícitas

Una **fórmula explícita** para una secuencia es una fórmula para calcular cada término de la secuencia con el índice, que es la posición de un término en la secuencia. La fórmula explícita para determinar el término de cualquier número que coloques en el lugar de n (también conocido como el "término *enésimo*") de una secuencia aritmética es $a_n = a_1 + d(n - 1)$. Puedes utilizar la propiedad distributiva para reescribir la fórmula de una secuencia aritmética. La fórmula explícita para determinar el término *enésimo* de una secuencia geométrica es $g_n = g_1 \cdot r^{n-1}$.

Por ejemplo, considera la situación de un cactus que en este momento mide 3 pulgadas de altura y crecerá $\frac{1}{4}$ pulgadas por mes. La fórmula explícita para las secuencias aritméticas se puede utilizar para determinar qué tan alto será el cactus en 12 meses.

$a_n = 3 + \frac{1}{4}(n - 1)$ $a_n = 3 + \frac{1}{4}n - \frac{1}{4}$ $a_n = \frac{1}{4}n + 2.75$ $a_{12} = \frac{1}{4}(12) + 2.75$ $a_{12} = 3 + 2.75$ $a_{12} = 5.75$ o $5\frac{3}{4}$		En 12 meses, el cactus tendrá una altura de $5\frac{3}{4}$ pulgadas.

OER Matemática de secundaria

EDICIÓN 1

MÓDULO 2

Guía para la familia

Guía para la familia

MÓDULO 2 Explorar el movimiento continuo **Álgebra I**

TEMA 1 Funciones lineales

En este tema, los estudiantes se enfocan en los patrones que son evidentes en ciertos conjuntos de datos y utilizan funciones lineales para representar esos patrones. Utilizando el conocimiento informal de las rectas que mejor se ajustan que se desarrolló en grados anteriores, los estudiantes avanzan sus métodos estadísticos para hacer predicciones acerca de fenómenos del mundo real.

Los estudiantes comprueban que la diferencia común de una secuencia aritmética y la pendiente de la función lineal correspondiente son tanto constantes como iguales. Escriben ecuaciones y grafican líneas presentadas en formas de pendiente-intersección, punto-pendiente y estándar.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes analizaron la forma de los datos, ajustaron las líneas que mejor se ajustan al conjunto de modelo de datos de manera informal, determinaron las ecuaciones de esas líneas, interpretaron las pendientes y las intersecciones en *y* de las líneas y utilizaron las ecuaciones para hacer y juzgar la racionalidad de las predicciones acerca de los datos. Los estudiantes también han examinado relaciones lineales y han reconocido que la pendiente de una recta define su inclinación y dirección.

¿Hacia dónde vamos?

A medida que los estudiantes continúan en este curso y en los cursos futuros de matemáticas, determinarán y analizarán regresiones más complicadas, incluyendo regresiones exponenciales y cuadráticas. A partir de este tema, los estudiantes deben entender la clave y las características que definen una función lineal representada en situaciones, tablas, ecuaciones y gráficas. Esto prepara a los estudiantes para explorar las ecuaciones como la representación más específica de funciones lineales.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Las regresiones son un tema importante que hay que conocer para la representación de datos reales y las pruebas de admisión de las universidades.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

Los datos de la tabla muestran las puntuaciones de pruebas después de cierta cantidad de tiempo de estudio. Utiliza una regresión lineal para calcular la puntuación asociada con un tiempo de estudio de 20 minutos.

Puntuación	86	70	90	78
Tiempo (min)	45	15	40	35

El tiempo es la variable independiente y el resultado es la variable dependiente. Usa la tecnología de gráficas para determinar la ecuación de regresión lineal de los datos.

Esto produce una ecuación de regresión lineal de $f(x) = 0.61x + 60.51$. Un tiempo de estudio de 20 minutos arrojaría una puntuación estimada de $f(20) = 0.61(20) + 60.51$ o 72.71.

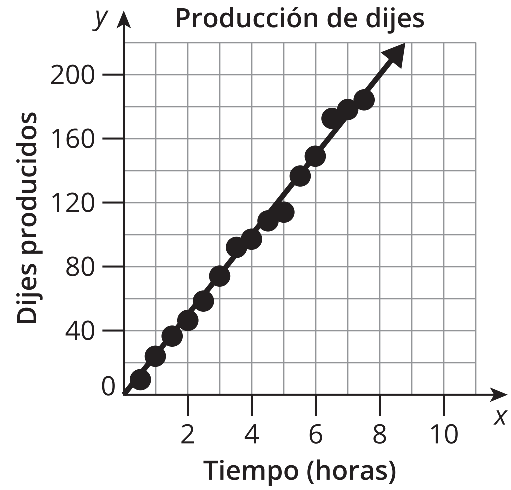
NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- Método de mínimos cuadrados
- centroide
- función de regresión lineal
- interpolación
- extrapolación
- correlación
- coeficiente de correlación
- coeficiente de determinación
- causalidad
- condición necesaria
- condición suficiente
- respuesta común
- variable de confusión
- conjetura
- primeras diferencias
- tasa de cambio promedio
- forma punto-pendiente
- forma estándar/general
- polinomio
- grado
- coeficiente principal
- cero de una función

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

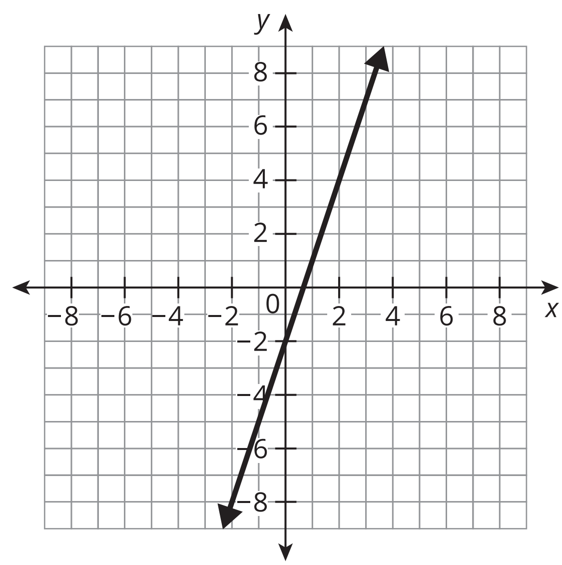
¿En dónde estamos?

El **método de los mínimos cuadrados** es un método que crea una línea que es la más cercana a los puntos de datos, conocida como **función de regresión lineal**, para un diagrama de dispersión que tiene dos requisitos básicos: (1) la línea debe contener el centroide del conjunto de datos, y (2) la suma de los cuadrados de las distancias verticales de cada punto de datos dado es menor con la línea.



Otro nombre para la pendiente de una función lineal es la **tasa de cambio promedio**. La fórmula para la tasa promedio de cambio es $\frac{f(t) - f(s)}{t - s}$.

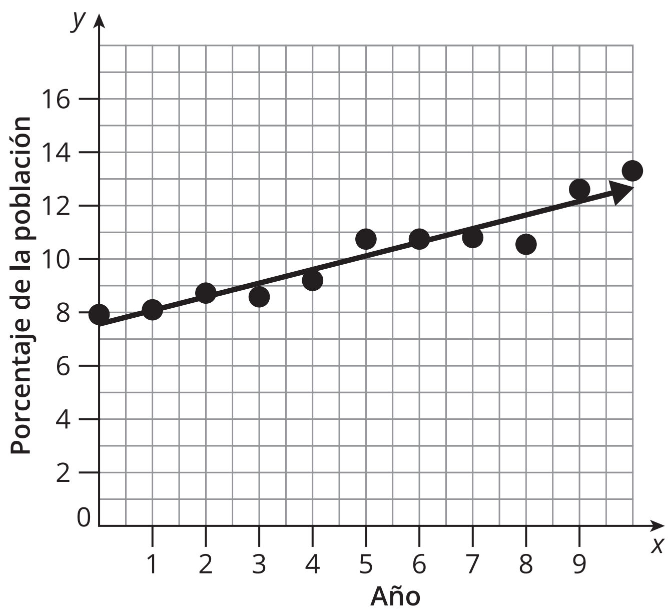
La tasa de cambio promedio de la función que se muestra es 3.



En la **Lección 1: Regresiones de mínimos cuadrados**, los estudiantes determinan informalmente una línea de mejor ajuste antes de utilizar un método formal para determinar una ecuación de regresión lineal. Utilizan la ecuación de regresión lineal para hacer predicciones.

Líneas de regresión

Los puntos de datos de la vida real generalmente no se ajustan perfectamente en una recta. Pero, puedes modelar los puntos de datos utilizando una línea, que representa una función lineal. Hay un número infinito de líneas que pueden pasar a través de los puntos de datos. Pero solo hay una línea que modela los datos con las distancias mínimas entre los puntos de datos y la recta. La **función de regresión lineal** tiene la menor distancia vertical posible de cada punto de datos dado a la línea. Al medir estas distancias y elevarlas al cuadrado, verás que las distancias cuadradas resultan en el menor valor con la línea de regresión.



En la **Lección 2: Correlación**, los estudiantes exploran la diferencia entre la correlación y causalidad.

Correlación vs. causalidad

Considera un experimento realizado por un grupo de estudiantes universitarios que detectan que una mayor cantidad de ausentismo en las clases está correlacionada con días lluviosos. El grupo concluyó que la lluvia provoca que los estudiantes se enfermen. Sin embargo, esta correlación no implica **causalidad.** La lluvia no es una **condición necesaria** (porque los estudiantes pueden enfermarse en los días en los que no llueve) ni una **condición suficiente** (porque no todos los estudiantes que se ausentan están enfermos necesariamente) para que los estudiantes estén enfermos.

En la **Lección 3: Hacer conexiones entre secuencias aritméticas y funciones lineales**, los estudiantes exploran la relación entre la diferencia constante, la pendiente y la tasa promedio de cambio.

Pendiente y tasa promedio de cambio

La pendiente, *a*, de una función lineal es igual a la diferencia constante de una secuencia aritmética. Otro nombre para la pendiente de una función lineal es la **tasa de cambio promedio.** La fórmula para la tasa promedio de cambio es $\frac{f(t) - f(s)}{t - s}$. Esto representa el cambio en el resultado como los cambios en la entrada de *s* a *t*.

MITO

Hay una forma correcta de resolver problemas matemáticos.

Emplear varias estrategias para llegar a una sola solución correcta es importante en la vida. Supón que estás conduciendo en un área abarrotada en el centro de la ciudad. Si un camino está congestionado, siempre puedes tomar una vía diferente. Si solo conoces un camino, entonces se te acabó la suerte.

Aprender matemáticas no es diferente. Es posible que solo haya una respuesta correcta, pero a menudo hay varias estrategias para llegar a esa solución. Todos deberíamos adoptar el hábito de decir: Muy bien, hay una manera de hacerlo. ¿Hay otra manera? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas? De esa manera, evitas caer en la trampa de pensar que únicamente hay una manera correcta, ya que la estrategia no siempre funciona o es posible que haya otras estrategias más eficientes.

Es importante enseñar varias estrategias a los estudiantes. Esto ayuda a los estudiantes a comprender los beneficios del método más eficiente. Además, todos tenemos experiencias y preferencias diferentes. Lo que funciona para alguien probablemente no le funcione a alguien más.

#destructordemitosmatemáticos

Formas de las ecuaciones lineales

En la **Lección 4: Forma punto-pendiente de una recta**, los estudiantes utilizan la fórmula de pendiente para derivar la forma punto-pendiente de una ecuación lineal.

Los estudiantes ya están familiarizados con la forma pendiente-intersección de cursos anteriores. Otras formas que se encontrarán son la **forma punto-pendiente** y la **forma estándar**. Cada una de ellas tiene su uso especial que depende de la información dada.

- Puedes escribir una ecuación en forma punto-pendiente cuando se te da una tabla.

x	*y*
2	6
4	5
6	2

- Primero, utiliza cualquier par de puntos de la tabla para calcular la pendiente. Por ejemplo, utiliza (2, 6) y (4, 5).

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 6}{4 - 2}$$
$$= \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

- Luego, elige cualquier punto de la tabla. Usemos (2, 6).

- Luego, sustituye lo que conoces en la fórmula de pendiente: $m = -\frac{1}{2}$, (2, 6) y el punto desconocido (x, y).

$$m\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$-\frac{1}{2} = \frac{y - 6}{x - 2}$$

- Por último, reescribe la ecuación sin variables en un denominador.

$$-\frac{1}{2} = \frac{y - 6}{x - 2}$$
$$-\frac{1}{2}(x - 2) = y - 6$$

La ecuación en forma punto-pendiente es $y - 6 = -\frac{1}{2}(x - 2)$.

En la **Lección 5: Usar ecuaciones lineales**, los estudiantes utilizan tres formas diferentes de una ecuación lineal para graficar relaciones lineales.

TEMA 2 Transformar y comparar funciones lineales

En este tema, se presenta a los estudiantes las transformaciones de función, utilizando dilataciones verticales y horizontales y traslaciones horizontales y verticales. Los estudiantes utilizan traslaciones para demostrar que las pendientes de las líneas paralelas son las mismas; utilizan rotaciones para demostrar que las pendientes de las rectas perpendiculares son recíprocas negativas. Comprender las reglas de las transformaciones de las funciones lineales establece la base para que los estudiantes transformen cualquier tipo de función.

¿Dónde hemos estado?

En los últimos años, los estudiantes tuvieron una amplia experiencia con las relaciones lineales. Han representado relaciones utilizando tablas, gráficas y ecuaciones. Ellos entienden la pendiente como una tasa unitaria de cambio y como la inclinación y dirección de una gráfica.

¿Hacia dónde vamos?

A partir de este tema, los estudiantes deben comprender cómo transformar funciones lineales. Esto prepara a los estudiantes para transformar otros tipos de funciones en este curso y en cursos futuros.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones lineales son un tema importante que hay que conocer para representar situaciones del mundo real y pruebas de admisión de las universidades.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

x	0	1	2	3
$f(x)$	-2	3	8	13

¿Qué ecuación podría representar $f(x)$?

Los estudiantes pueden reconocer que, dado que los valores de x aumentan de a uno, pueden utilizar las *primeras diferencias* para determinar la pendiente.

$3 - (-2) = 5$ $\quad$ $8 - 3 = 5$ $\quad$ $13 - 8 = 5$

La diferencia constante es 5, así que la pendiente es 5. La intersección con el eje y es $(0, -2)$, por lo que la ecuación que representa la función es $y = 5x - 2$.

NUEVO TÉRMINO CLAVE

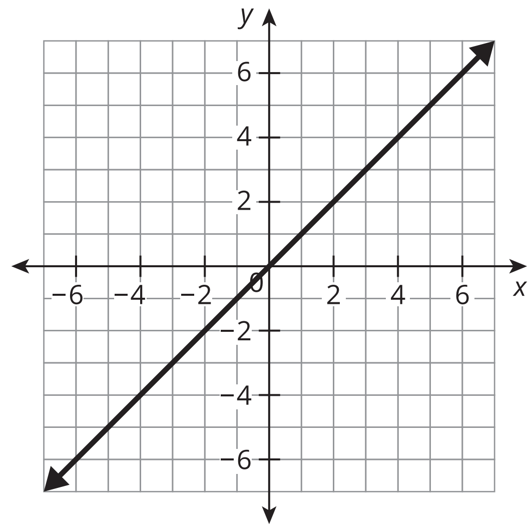
- función madre

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

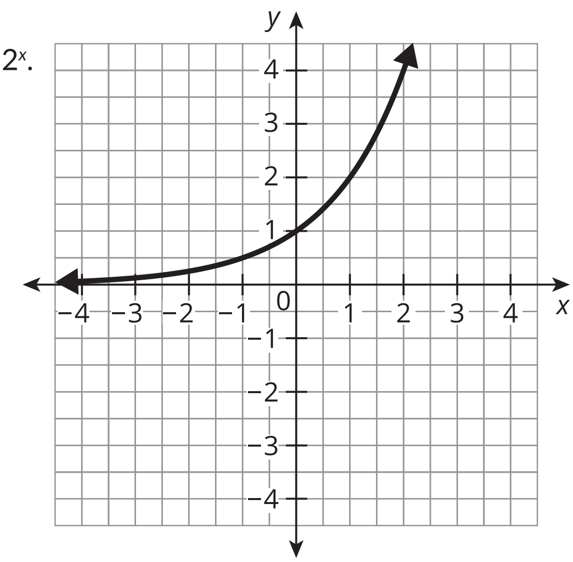
¿En dónde estamos?

Una **función madre** es la función más simple de su tipo.

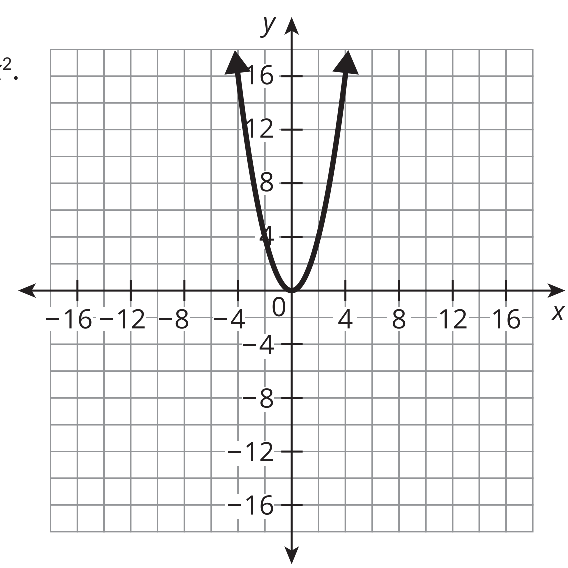
La función madre lineal es $f(x) = x$.



La función madre exponencial es $g(x) = 2^x$.



La función madre cuadrática es $h(x) = x^2$.



En la **Lección 1: Transformar funciones lineales** y la Lección 2: Transformaciones verticales y horizontales de funciones lineales, se presenta a los estudiantes la forma de transformación.

Fórmula de transformación

La gráfica de la función $f(x) = x$ es una línea diagonal recta que pasa a través del origen. Cuando se agrega una constante d, $g(x) = f(x) + d$, la gráfica se mueve hacia arriba o hacia abajo verticalmente. Si la función se multiplica por una constante a, $g(x) = a \cdot f(x)$, la gráfica se estira o comprime verticalmente. Cuando se añade una constante c a la entrada de la función, $g(x) = f(x - c)$, la función cambia hacia la izquierda o la derecha horizontalmente. Cuando la entrada de la función se multiplica por una constante b, $g(x) = f(bx)$, la gráfica se estira o se comprime horizontalmente.

Dilatación vertical por un factor de a; cuando $a < 0$, una reflexión a través del eje x.

Traslación horizontal de unidades c a la derecha cuando $c > 0$ o a la izquierda cuando $c < 0$.

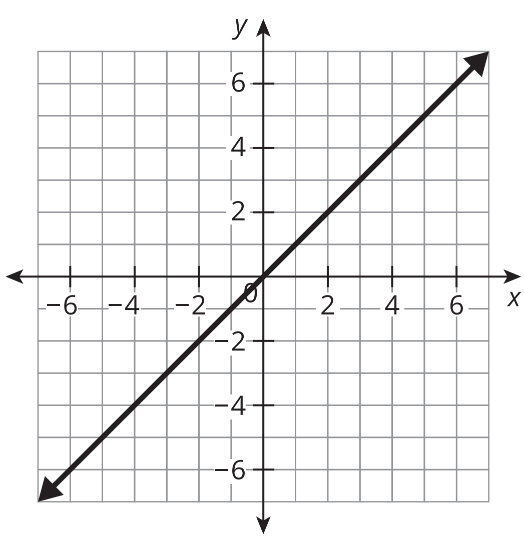
$$a \cdot f(b(x - c)) + d$$

Dilatación horizontal por un factor de $\frac{1}{|b|}$; cuando $b < 0$, una reflexión a través del eje y.

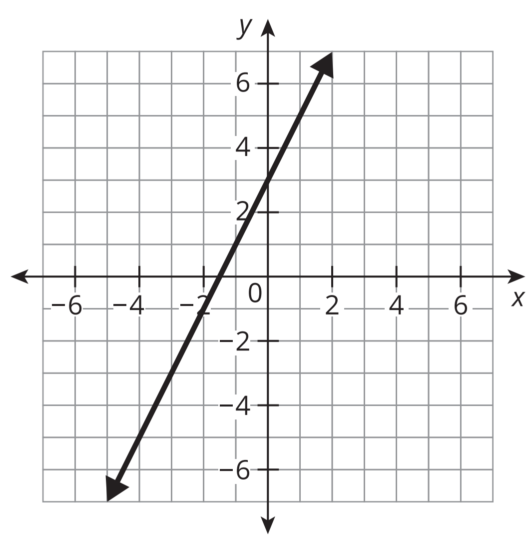
Traslación vertical de unidades d; hacia arriba cuando $d > 0$ o hacia abajo cuando $d < 0$.

Por ejemplo, la gráfica de $y = 2x + 3$ representa una traslación vertical de 3 unidades y una dilatación vertical por un factor de 2.

$y = x$



$y = 2x + 3$



MITO

Los estudiantes sólo utilizan el 10 % del cerebro.

En Hollywood, les encanta la idea de que los seres humanos solo utilizan una pequeña parte de sus cerebros. Muchas películas de ciencia ficción se basaron en esta noción que indagan a la audiencia: ¡Imagínate lo que podrías lograr si pudieras utilizar el 100 % de tu cerebro!

Bueno, esto no es Hollywood. La buena noticia es que sí utilizas el 100 % del cerebro. Cuando miras a tu alrededor en el salón, tu corteza visual está ocupada componiendo imágenes, tu corteza motora está ocupada moviendo tu cuello y todas las áreas asociativas reconocen los objetos que ves. Mientras tanto, el cuerpo calloso, que es una franja gruesa de neuronas que conectan los dos hemisferios cerebrales, asegura que toda esta información se mantenga coordinada. Además, el cerebro lo hace automáticamente, lo que libera espacio para pensar en conceptos profundos y abstractos. . . ¡como las matemáticas!

#destructordemitosmatemáticos

Matemática de **secundaria**

EDICIÓN 1

MÓDULO 3

Guía para la familia

Guía para la familia

MÓDULO 3 Elaboración de ecuaciones y desigualdades lineales Álgebra I

TEMA 1 Ecuaciones y desigualdades lineales

En este tema, los estudiantes analizan funciones lineales y las características clave que definen las funciones lineales. Resuelven ecuaciones de una variable, analizando la estructura de cada ecuación para predecir si la ecuación tiene una solución, no tiene solución o tiene soluciones infinitas. Los estudiantes utilizan las propiedades de la igualdad y las propiedades básicas de los números para construir un argumento válido para justificar un método para encontrar soluciones. Generalizan su conocimiento de resolución de ecuaciones de una variable para resolver ecuaciones literales para variables dadas. Los estudiantes grafican las desigualdades lineales y exploran la solución de una desigualdad con una pendiente negativa, lo que afecta el signo de la desigualdad.

¿Dónde hemos estado?

En los cursos anteriores, los estudiantes adquirieron competencias en la solución de ecuaciones lineales cada vez más complejas y resolvieron desigualdades en dos pasos y graficaron las soluciones en una recta numérica. Al comenzar este curso, los estudiantes resolvieron ecuaciones de dos pasos con variables en ambos lados. Ellos entienden los fundamentos de resolver ecuaciones al mantener la igualdad. Basados en este conocimiento intuitivo, los estudiantes utilizan propiedades para justificar cada paso en el proceso de resolución de ecuaciones.

¿Hacia dónde vamos?

Los estudiantes utilizarán su conocimiento de ecuaciones y desigualdades para resolver ecuaciones lineales de valor absoluto en los próximos cursos. Al reconocer las conexiones entre soluciones algebraicas y gráficas para una ecuación o desigualdad, los estudiantes están desarrollando la base para resolver posteriormente ecuaciones y desigualdades lineales de valor absoluto, ecuaciones exponenciales y ecuaciones y desigualdades cuadráticas.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Las desigualdades pueden ser un tema importante de conocer para las pruebas de admisión de las universidades.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

Despeja la x en la desigualdad $\frac{x}{2} - 3 < 2y$.

Para despejar x, aísla la variable x.

$$\frac{x}{2} - 3 < 2y$$
$$\frac{x}{2} - 3 + 3 < 2y + 3$$
$$\frac{x}{2} < 2y + 3$$
$$2\left(\frac{x}{2}\right) < 2(2y + 3)$$
$$x < 4y + 6$$

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- solución
- soluciones infinitas
- sin solución
- ecuación literal
- desigualdad lineal

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

$5x - 7 = 13$

$5x - 7 + 7 = 13 + 7$

$5x = 20$

$x = 4$

Una solución

$5x - 7 = 3 + 5x - 10$

$5x - 7 = 5x - 7$

$5x - 7 - 5x = 5x - 7 - 5x$

$-7 = -7$

Soluciones infinitas

$5x - 7 = 5x - 10$

$5x - 7 - 5x = 5x - 10 - 5x$

$-7 = -10$

$-7 \neq -10$

Sin solución

Generalmente, una ecuación solo tiene una **solución**. Sin embargo, los estudiantes descubrirán que hay casos especiales en los que una ecuación **no tiene solución** o tiene **infinitas soluciones** e identificarán cómo se ven esos casos.

En la **Lección 1: Resolver ecuaciones lineales**, los estudiantes revisarán y usarán las propiedades de igualdad y las propiedades básicas de los números para resolver ecuaciones lineales y justificar sus pasos. Justificar los pasos con las propiedades de la igualdad preparará mejor a los estudiantes para escribir pruebas geométricas en cursos futuros.

Propiedades de igualdad

Las propiedades de igualdad indican que cuando una operación se realiza en ambos lados de la ecuación, a todos los términos de la ecuación, la ecuación mantiene su igualdad.

Propiedades de igualdad	Para todos los números a, b y c
propiedad de igualdad de la suma	Si $a = b$, entonces $a + c = b + c$.
propiedad de igualdad de la resta	Si $a = b$, entonces $a - c = b - c$.
propiedad de igualdad de la multiplicación	Si $a = b$, entonces $ac = bc$.
propiedad de igualdad de la división	Si $a = b$ y $c \neq 0$, entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

También existen propiedades numéricas básicas que se pueden utilizar para justificar los pasos al resolver ecuaciones.

Propiedades numéricas	Para todos los números *a*, *b* y *c*
propiedad conmutativa	$a + b = b + a$ $ab = ba$
propiedad asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$ $a(bc) = (ab)c$
propiedad distributiva	$a(b + c) = ab + ac$

En la **Lección 2: Las ecuaciones literales**, los estudiantes resuelven ecuaciones literales para variables específicas. Esto se conecta con el conocimiento previo de los estudiantes sobre área, volumen y área de la superficie mientras resuelven números desconocidos en fórmulas.

Ecuaciones literales

Las ecuaciones literales se resuelven como las ecuaciones, pero, en lugar de tener una respuesta de número singular, se manipula la ecuación para resolver una sola variable. Por ejemplo, los estudiantes ya saben cómo determinar el área de un triángulo. Pueden utilizar la fórmula para el área de un triángulo, $A = \frac{1}{2}bh$, para resolver la variable de la base o la altura de un triángulo. Manipular la ecuación conocida facilita hacer cálculos.

$$A = \frac{1}{2}bh$$
$$2(A) = \cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}bh\right)$$
$$\frac{2A}{b} = \frac{\cancel{b}h}{\cancel{b}}$$
$$\frac{2A}{b} = h$$

En la **Lección 3: Representar desigualdades lineales**, los estudiantes representan desigualdades lineales con una tabla de valores, una gráfica en un plano de coordenadas, una gráfica en una recta numérica y con un enunciado de desigualdad.

Soluciones a las desigualdades

A veces, debemos saber que una situación puede tener más de una respuesta. Los estudiantes aprenderán que frases como *por lo menos*, *como mucho*, *no más que* y *menos que* crearán situaciones en las que muchas respuestas pueden ser correctas.

$>$	$<$
mayor que	menor que
$\geq$	$\leq$
mayor que o igual a	menor que o igual a

MITO

Solo mira un video y lo entenderás.

¿Te ha sucedido esto alguna vez? Alguien explica algo y en ese momento todas las piezas encajan para tomar sentido. Sientes como que lo captaste. Pero entonces, un día después, cuando intentas hacerlo por tu cuenta, repentinamente ¿sientes como si faltara algo? Si te resulta familiar esa sensación, no te preocupes. Nos pasa a todos. A eso se le conoce como la ilusión de la profundidad explicativa y suele pasar después de ver un video.

¿Cómo rompes esta ilusión? El primer paso es tratar de hacer que el video sea interactivo. No lo veas como si se tratara de un programa de televisión. En cambio, detén el video y trata de explicártelo a ti mismo o a un amigo. O bien, intenta por tu cuenta los pasos que se indican en el video y vuélvelo a ver para saber si te topas con algún obstáculo. Recuerda, es fácil confundir la familiaridad con la comprensión.

#destructordemitosmatemáticos

Resolver desigualdades

Para resolver una desigualdad, primero escribe una función para representar el problema de matemáticas. Luego, escribe la función como una desigualdad según la cantidad independiente. Para determinar la solución, identifica los valores de la variable que hacen que la desigualdad sea verdadera. El objetivo cuando se resuelve una desigualdad es semejante al objetivo cuando se resuelve una ecuación: aislar la variable en un lado del símbolo de desigualdad. Finalmente, interpreta el significado de la solución.

Por ejemplo, considera la situación en la cual Diego tiene $25 en su fondo de regalos que va a utilizar para comprar los regalos de graduación. La graduación será dentro de 9 semanas. Si él quisiera tener por lo menos $70 para comprar regalos, ¿cuánto debería ahorrar cada semana?

La función es $f(x) = 25 + 9x$, así que la desigualdad es $25 + 9x \geq 70$.

$$\begin{aligned} 25 + 9x &\geq 70 \\ 25 + 9x - 25 &\geq 70 - 25 \\ 9x &\geq 45 \\ \frac{9x}{9} &\geq \frac{45}{9} \\ x &\geq 5 \end{aligned}$$

Diego tiene que ahorrar al menos $5 cada semana para cumplir su meta.

Al multiplicar o dividir cada lado de una desigualdad por un número negativo, el signo de desigualdad se invierte. Considera el ejemplo de división en la desigualdad $250 - 9.25x < 398$.

$$\begin{aligned} 250 - 9.25x &< 398 \\ 250 - 9.25x - 250 &< 398 - 250 \\ -9.25x &< 148 \\ \frac{-9.25x}{-9.25} &> \frac{148}{-9.25} \\ x &> -16 \end{aligned}$$

Guía para la familia

MÓDULO 3 Elaboración de ecuaciones y desigualdades lineales **Álgebra I**

TEMA 2 Sistemas de ecuaciones y desigualdades

En este tema, los estudiantes comienzan escribiendo sistemas de ecuaciones lineales y resolviéndolos gráfica y algebraicamente utilizando la sustitución. Luego, avanzan a resolver sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método de combinaciones lineales. Los estudiantes plantean desigualdades lineales de dos variables y aprenden que sus soluciones se representan como medios planos sobre un plano de coordenadas. Posteriormente grafican dos desigualdades lineales en el mismo plano e identifican el conjunto de soluciones como la intersección de los medios planos correspondientes. Finalmente, los estudiantes sintetizan su comprensión de los sistemas encontrando problemas que pueden resolverse mediante un sistema de ecuaciones o un sistema de desigualdades.

¿Dónde hemos estado?

Al llegar a este tema, los estudiantes saben que todos los puntos sobre la gráfica de una ecuación representan un valor que hace que la ecuación sea verdadera. Aprendieron que el punto de intersección de dos gráficas proporciona valores x e y que hacen que ambas ecuaciones sean verdaderas. Los estudiantes escribieron sistemas de ecuaciones lineales y los resolvieron gráficamente.

¿Hacia dónde vamos?

Saber cómo resolver sistemas de ecuaciones lineales prepara a los estudiantes para resolver sistemas que incluyen ecuaciones no lineales. En los próximos cursos, es posible que los estudiantes encuentren métodos más avanzados, tales como matrices o la Regla de Cramer, para resolver sistemas de ecuaciones con más de dos variables y más de dos ecuaciones.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

Si (x, y) es una solución al sistema de ecuaciones, ¿cuál es el valor de $x - y$?

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -14 \\ 3x - 2y &= -6 \end{aligned}$$

Multiplicar la primera ecuación por 3 y la segunda ecuación por -2 da

$$\begin{aligned} 6x - 9y &= -42 \\ -6x + 4y &= 12 \end{aligned}$$

Luego, sumar las ecuaciones da

$$\begin{aligned} -5y &= -30 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

El valor de y se puede sustituir en una de las ecuaciones para obtener el valor de x.
La solución es $(4, 6)$, entonces $x - y = -2$.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Los sistemas de ecuaciones son un tema importante que hay que conocer para modelar situaciones del mundo real, como la oferta y la demanda o los beneficios y los costos.

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- sistema de ecuaciones lineales
- sistema consistente
- sistema inconsistente
- forma estándar/genera de una ecuación lineal
- método de sustitución
- método de combinaciones lineales
- semiplano
- línea divisoria
- restricciones
- solución de un sistema de desigualdades lineales

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

La forma estándar de una ecuación lineal *es* **Ax** 1 Bυ = C, *donde* A, B *y* C *son números enteros y* A *y* B *no son cero.*

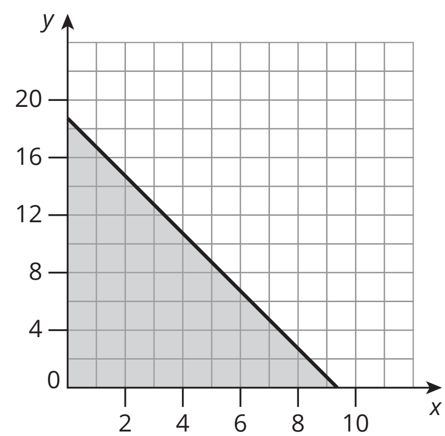
Cuando dos o más ecuaciones lineales definen una relación entre cantidades, forman un **sistema de ecuaciones lineales.**

Las ecuaciones $y = 3x + 7$ and $y = -4x$ son **un sistema de ecuaciones lineales**.

$$\begin{cases} y = 3x + 7 \\ y = -4x \end{cases}$$

La gráfica de una desigualdad lineal es un **semiplano** o la mitad de un plano de coordenadas.

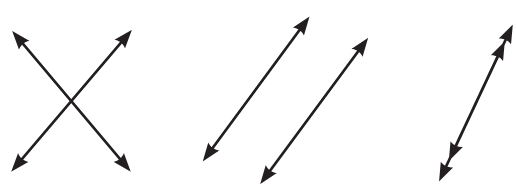
La porción sombreada de la gráfica es un semiplano.



En la **Lección 1: Uso de las gráficas para resolver sistemas de ecuaciones**, los estudiantes escriben sistemas de ecuaciones lineales y los resuelven gráficamente.

Resolver sistemas de ecuaciones lineales por medio de gráficas

La solución de un sistema lineal es un par ordenado (x, y) que es la solución para ambas ecuaciones en el sistema. Una forma para predecir la solución a un sistema es graficar ambas ecuaciones e identificar el punto en el cual las dos gráficas se intersecan. Un sistema de ecuaciones puede no tener solución, tener una solución única o infinitas soluciones. Los sistemas que tienen una o muchas soluciones se denominan **sistemas consistentes**. Los sistemas sin solución se denominan **sistemas inconsistentes**.



En la **Lección 2: Usar la sustitución para resolver sistemas lineales**, los estudiantes exploran uno de los dos métodos algebraicos para resolver un sistema.

Resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante la sustitución

En muchos sistemas, es difícil determinar la solución a partir de la gráfica. Hay un método algebraico que se puede utilizar y se denomina *método de sustitución*. El **método de sustitución** es un proceso para resolver un sistema de ecuaciones mediante la sustitución de una variable en una ecuación con una expresión equivalente.

Veamos este ejemplo:

$$\begin{cases} 1.25x + 1.05y = 30 \\ y = 8x \end{cases}$$

Paso 1: Para usar el método de sustitución, comienza eligiendo una ecuación y aislando una variable. A esta se le considera la primera ecuación.

Debido a que $y = 8x$ está en la forma de pendiente-intersección, utiliza esta como la primera ecuación.

Paso 2: Ahora, sustituye la expresión igual a la variable aislada en la segunda ecuación.

Sustituye $8x$ para y en la ecuación $1.25x + 1.05y = 30$ y escribe la nueva ecuación.

$$1.25x + 1.05(8x) = 30$$

Acabas de crear una nueva ecuación con solo un número desconocido.

Paso 3: Resuelve la ecuación nueva.

$$1.25x + 8.40x = 30$$

$$9.65x = 30$$

$$x \approx 3.1$$

Ahora, sustituye el valor de x en $y = 8x$ para determinar el valor de y.

$$y = 8(3.1) = 24.8$$

La solución al sistema es aproximadamente (3.1, 24.8).

Paso 4: Verifica tu solución al sustituir los valores para ambas variables en el sistema original para mostrar que hacen que las ecuaciones sean verdaderas.

MITO

"Solo dime la regla. Si conozco la regla, comprenderé la matemática".

Memoriza la siguiente regla: *Todos los drados son elos*. ¿Recordarás esa regla mañana? No. ¿Por qué no? Porque no significa nada. No está conectada con nada de lo que conoces. ¿Qué sucede si cambiamos la regla a: *Todos los cuadrados son paralelogramos*? ¿Qué tal ahora? ¿Puedes recordar eso? Por supuesto que sí, pues ahora tiene sentido.

El aprendizaje no se produce en un vacío. ***Debe*** conectarse a lo que ya sabes. De lo contrario, las reglas arbitrarias se olvidan.

#destructordemitosmatemáticos

En la **Lección 3: Utilizar combinaciones lineales para resolver un sistema de ecuaciones lineales**, los estudiantes exploran otro método para resolver un sistema algebraicamente.

Resolver sistemas de ecuaciones lineales mediante combinaciones lineales

El **método de combinaciones lineales** es un proceso utilizado para resolver un sistema de ecuaciones al sumar dos ecuaciones, lo que da como resultado una ecuación con una variable. Luego, puedes determinar el valor de esa variable y usarlo para determinar el valor de la otra variable.

Considera este sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 7x + 2y = 24 \\ 4x + y = 15 \end{cases}$

$$\begin{aligned} 7x + 2y &= 24 \\ -2(4x + y) &= -2(15) \end{aligned}$$

Multiplica la segunda ecuación por una constante que dé como resultado coeficientes que sean inversos aditivos para una de las variables.

$$\begin{array}{rrl} & 7x + 2y &= 24 \\ + & -8x - 2y &= -30 \\ \hline & -x &= -6 \\ & x &= 6 \end{array}$$

Ahora que los valores *y* son inversos aditivos, puedes agregar las ecuaciones y resolver este sistema lineal por *x*.

$$\begin{aligned} 7(6) + 2y &= 24 \\ 42 + 2y &= 24 \\ 2y &= -18 \\ y &= -9 \end{aligned}$$

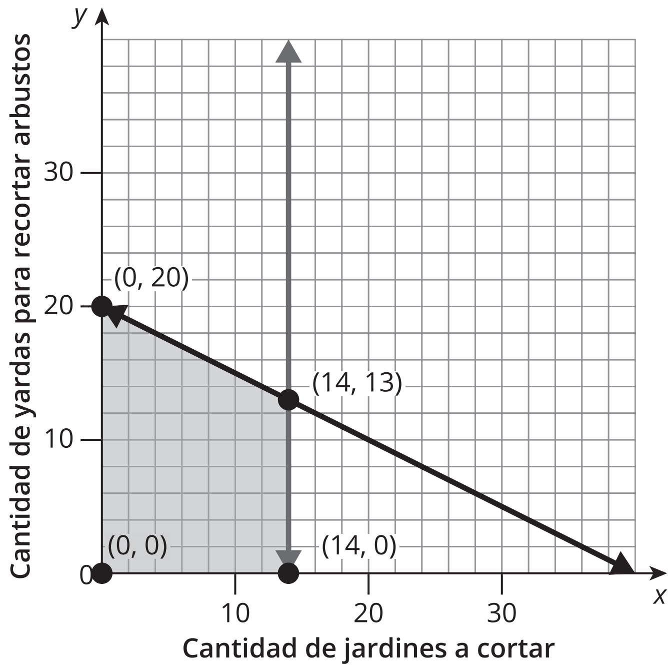
Sustituye el valor para *x* en una de las ecuaciones para determinar el valor para *y*.

La solución al sistema de ecuaciones lineales es $(6, -9)$.

En la **Lección 5: Sistemas de desigualdades lineales**, los estudiantes grafican un sistema de desigualdades lineales para determinar posibles soluciones al sistema.

Sistemas de desigualdades lineales

A menudo, los problemas de matemáticas ofrecen más de una solución. Los estudiantes van a utilizar las gráficas de estos problemas de matemáticas expresados como desigualdades lineales para identificar las soluciones y las no soluciones mediante el reconocimiento de áreas clave en las gráficas.



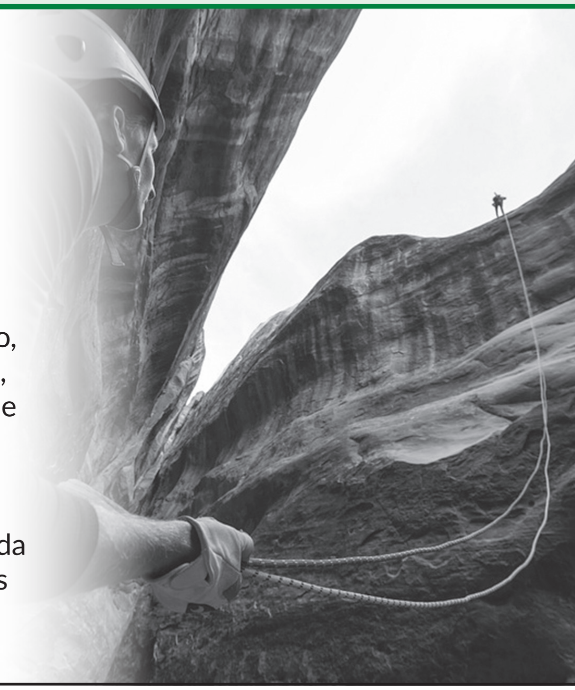
Matemática de **secundaria**

EDICIÓN 1

MÓDULO 4

Guía para la familia

Guía para la familia



TEMA 1 Introducción a las funciones exponenciales

Al principio de este tema, los estudiantes aprenden y aplican las propiedades de los exponentes enteros para simplificar expresiones. Después, los estudiantes utilizan su conocimiento previo de las secuencias y las razones comunes para reconocer que algunas secuencias geométricas son funciones exponenciales y otras no. Luego, los estudiantes examinan la estructura de las funciones exponenciales, conectando la razón común de una secuencia geométrica con la base de la potencia en una función exponencial. Los estudiantes exploran la razón constante entre intervalos de $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ para la función $f(x) = 2^x$. Por medio de esta exploración, ellos concluyen que $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ y $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$. Al graficar estos valores, se aborda la idea equivocada de que $f\left(\frac{1}{2}\right)$ está en el medio entre $f(0)$ y $f(1)$. Por último, los estudiantes aprenden y aplican las propiedades de exponentes racionales para simplificar las expresiones.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes han aprendido a escribir y evaluar expresiones algebraicas y numéricas con exponentes de números enteros en la escuela intermedia. Con este tema se amplía ese conocimiento. En este curso, ya se introdujo a los estudiantes a las secuencias geométricas. Los estudiantes ya pueden escribir una fórmula recursiva y explícita para una secuencia geométrica dada.

¿Hacia dónde vamos?

Durante este tema, los estudiantes aplican lo que conocen sobre las características clave de las funciones (p. ej., intersecciones, intervalos de crecimiento o decrecimiento, y dominio y rango) para incluir funciones exponenciales. Esto los prepara para el trabajo que harán con funciones cuadráticas, tanto en este curso como con funciones más complejas en los próximos cursos.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Las funciones exponenciales son un tema importante que hay que conocer para la preparación postsecundaria, incluidas las pruebas de admisión a la universidad.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

En una clase de biología se predijo que una población de animales duplicará su tamaño cada año. La población al comienzo de 2024 era de 500 animales, aproximadamente. Si *P* representa la población *n* años después de 2024, ¿qué ecuación representa el modelo de la población en el tiempo?

Para resolver esto, los estudiantes deben saber que esto representa una función exponencial, debido a que la población se duplica cada año. Esto se puede escribir de la siguiente manera:

$$\textit{valor inicial} \cdot (\textit{tasa de crecimiento})^{\textit{tiempo}}$$

El valor inicial es de 500 animales y la tasa de crecimiento es de 2, para duplicar. Entonces, la función $P(n) = 500 \cdot 2^n$ representa la población en el tiempo en años, n.

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- potencia
- base
- exponente
- asíntota horizontal
- cuadrado perfecto
- raíz cuadrada
- radical
- radicando
- propiedad del producto de radicales
- extracción de los cuadrados perfectos
- índice
- propiedad del cociente de radicales

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Una **potencia** tiene dos elementos: la base y el exponente.

base $\longrightarrow \underbrace{6^2}_{\text{potencia}} \longleftarrow$ exponente

La **base** de una potencia es el factor que se multiplica repetidamente en la potencia.

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

base

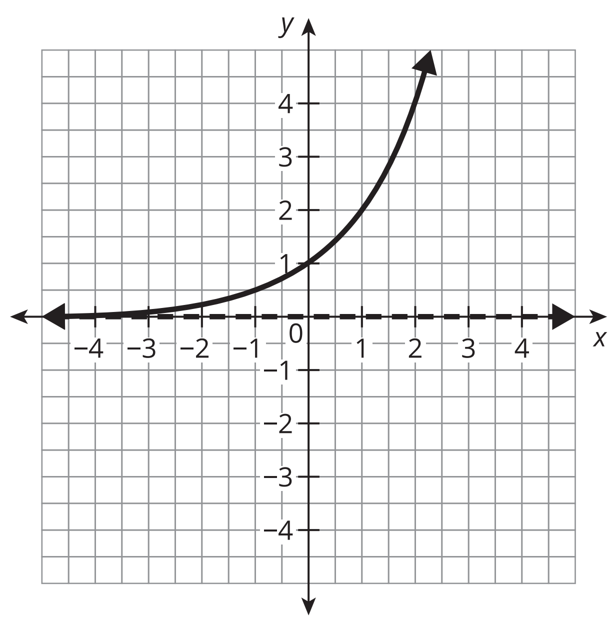
El **exponente** de la potencia es la cantidad de veces que la base se utiliza como factor.

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

exponente

Una **asíntota horizontal** es una línea horizontal a la que una función se le acerca más y más, pero sin intersecarse.

La gráfica muestra una asíntota horizontal en $y = 0$.



En la **Lección 1: Propiedades de las potencias con exponentes enteros,** los estudiantes escriben y evalúan expresiones con exponentes de enteros positivos.

Propiedades de las potencias

Las potencias tienen propiedades que pueden utilizarse para expandirlas, simplificarlas o solamente escribirlas de otra forma. Estas propiedades son importantes para clases de matemáticas futuras y los estudiantes deben recordarlas porque son herramientas muy útiles en el álgebra.

Propiedades de las potencias	Palabras	Regla
Producto de las potencias	Para multiplicar potencias con la misma base, mantén la base y suma los exponentes.	$a^m a^n = a^{m+n}$
Regla de potencia de una potencia	Para simplificar una potencia a una potencia, mantén la base y multiplica los exponentes.	$(a^m)^n = a^{mn}$
Regla del cociente de las potencias	Para dividir potencias con la misma base, mantén la base y resta los exponentes.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, si $a \neq 0$
Potencia cero	La potencia cero de cualquier número excepto 0 es 1.	$a^0 = 1$, si $a \neq 0$
Exponentes negativos en el numerador	Una expresión con un exponente negativo en el numerador y un 1 en el denominador es igual a 1 dividido entre la potencia con su exponente opuesto colocado en el denominador.	$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, si $a \neq 0$ y $m > 0$
Exponentes negativos en el denominador	Una expresión con un exponente negativo en el denominador y un 1 en el numerador es igual a la potencia con su exponente opuesto.	$\frac{1}{a^{-m}} = a^m$, si $a \neq 0$ y $m > 0$

En la **Lección 3: Secuencias geométricas y funciones exponenciales**, los estudiantes revisan las secuencias geométricas como un punto de partida para las funciones exponenciales.

Razones constantes

Los estudiantes conectan una secuencia geométrica con una función exponencial de la forma $f(x) = ab^x$. Prueban mediante el álgebra que siempre hay una razón constante desde un valor de salida de una función exponencial hasta el siguiente.

La secuencia 3, 6, 12, 24 es una secuencia geométrica con una razón común de 2, ya que el valor se multiplica por 2 en cada paso.

MITO

Desvelarte por estudiar mucho durante la noche anterior a un examen es igual de bueno que practicar cada cierto tiempo para lograr una retención de largo plazo.

A todos nos ha tocado pasar por eso. Tienes un examen complicado mañana, pero has estado tan ocupado que no has tenido tiempo para estudiar. Así que, tuviste que aprenderlo todo en una noche. Es probable que hayas obtenido una buena nota en el examen. Sin embargo, ¿recordabas el material una semana, un mes o un año después?

La respuesta honesta es "probablemente no". Eso se debe a que la memoria a largo plazo está diseñada para retener información útil. ¿Cómo sabe tu cerebro si un recuerdo es "útil" o no? Una forma es la frecuencia con la que te encuentras con una pieza de información. Si consultas algo solo una vez (como cuando devoras todo el material de estudio de una sola vez), entonces tu cerebro no considera que sea tan importante recordarlo. Sin embargo, si cada cierto tiempo te topas con la misma información, entonces es más probable que tu cerebro lo considere importante. Para mejorar la retención, motive al estudiante a analizar periódicamente la misma información durante intervalos prolongados de tiempo.

#destructordemitosmatemáticos

En la **Lección 4: Reescribir raíces cuadradas**, los estudiantes usan las Propiedades de los radicales para simplificar las expresiones de raíces cuadradas.

En **la Lección 5: Exponentes racionales y gráficas de funciones exponenciales**, los estudiantes aprenden que las propiedades de las potencias se aplican a expresiones con exponentes racionales, reescriben expresiones con exponentes racionales como radicales y conectan estos dos conceptos para realizar y justificar operaciones que involucran radicales.

Extracción de los cuadrados perfectos

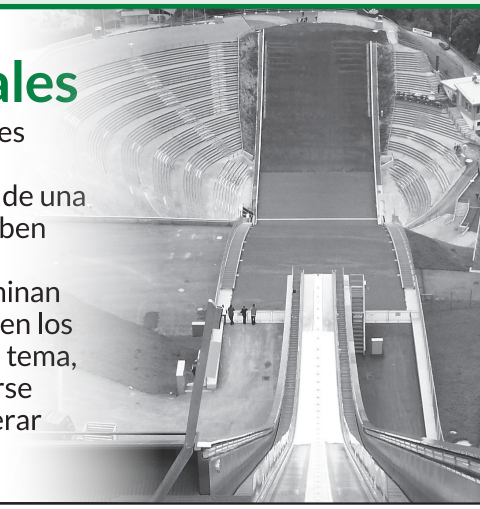
Los estudiantes podrán reescribir expresiones radicales mediante la **extracción de cuadrados perfectos**. Este es el proceso de eliminar cuadrados perfectos desde abajo del símbolo radical. En el ejemplo siguiente, el número 450 se descompone en sus factores, los cuales son los números que se pueden multiplicar para llegar a 450. Esto se hace usando la división. Luego de haber dividido 450 para llegar a los menores números posibles, el 3 y el 5 aparecen dos veces, lo que significa que pueden combinarse en cuadrados perfectos y eliminarse de debajo del símbolo radical. Esto se debe a que $\sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{3^2} = 3$. Después de eliminar el 3 y el 5, se los multiplica para llegar a 15 y el factor 2 se queda bajo el símbolo radical.

$$\begin{aligned}
\sqrt{450} &= \sqrt{2 \cdot 225} \\
&= \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 75} \\
&= \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 25} \\
&= \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} \\
&= \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} \\
&= 3 \cdot 5\sqrt{2} \\
&= 15\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Guía para la familia

MÓDULO 4 Investigar el crecimiento y la disminución

Álgebra I



TEMA 2 Uso de ecuaciones exponenciales

En este tema, los estudiantes exploran estrategias para distinguir las funciones exponenciales que representan escenarios de crecimiento frente a las que representan la disminución. Los estudiantes comienzan comparando el valor de una cuenta de interés simple y una cuenta de interés compuesto. Grafican y escriben ecuaciones para estos dos escenarios y luego comparan la tasa de cambio promedio de cada una para un intervalo dado. Después, los estudiantes examinan la estructura de las ecuaciones exponenciales para reconocer los escenarios en los que las funciones exponenciales crecen o disminuyen. A lo largo del resto del tema, los estudiantes resuelven problemas del mundo real que pueden representarse con funciones exponenciales. Los estudiantes utilizan la tecnología para generar regresiones exponenciales y utilizan esas funciones para hacer predicciones.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes conocen las reglas de los exponentes y están familiarizados con la estructura de las funciones exponenciales por su trabajo en el tema previo. Este tema es una oportunidad para reforzar su comprensión y construir sobre sus destrezas al reconocer y resolver problemas que pueden representarse con funciones exponenciales. En cursos anteriores, los estudiantes analizaron datos bivariados buscando una asociación lineal o no lineal, o ninguna asociación y utilizaron líneas de tendencia para hacer predicciones. Anteriormente, en este curso, utilizaron la tecnología para generar regresiones lineales y analizaron el coeficiente de correlación para ajustarse al conjunto de datos. En este tema, los estudiantes utilizan la tecnología para generar regresiones exponenciales para introducir una nueva función que se ajuste a los datos.

¿Hacia dónde vamos?

Este tema representa la primera inmersión profunda de los estudiantes en la resolución de ecuaciones que representan funciones no lineales. A medida que los estudiantes adquieren competencia en la resolución de ecuaciones cada vez más complejas, son capaces de representar fenómenos del mundo real más interesantes y complejos.

TEMAS DE DISCUSIÓN

Hable con su estudiante

Las funciones exponenciales representan las situaciones del mundo real, como un interés compuesto y crecimiento bacterial. Las secuencias son un tema importante que hay que conocer para las pruebas de admisión universitaria.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

Un automóvil con valor de $21,000 se deprecia a una tasa del 17 % por año. ¿Cuál es el valor del automóvil después de 5 años?

Para resolver, los estudiantes deberían saber utilizar el modelo para la disminución exponencial $y = a(1 - r)^x$, donde a representa el valor inicial, r representa la tasa de decrecimiento y x representa el tiempo.

$$y = a(1 - r)^x$$
$$y = a(1 - 0.17)^x$$
$$y = 21{,}000(0.83)^5$$
$$y = 8271.99$$

En 5 años, el automóvil valdrá $8271.99.

¿En dónde estamos?

Una **función exponencial creciente** es una función exponencial con un valor de b mayor que 1 y es de la forma $y = a(1 + r)^x$, donde r es la tasa de crecimiento.
Una **función exponencial decreciente** es una función exponencial con un valor de $b$mayor que 0 y menor que 1 y es de la forma $y = a(1 - \mathrm{r})^x$, donde r es la tasa de disminución.

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- interés simple
- interés compuesto
- función exponencial creciente
- función de decaimiento exponencial

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

En la **Lección 1: Ecuaciones exponenciales para el crecimiento y la disminución**, los estudiantes comparan funciones lineales y exponenciales en el contexto de situaciones de interés simple e interés compuesto. Luego, identifican los valores en la ecuación de una función exponencial para decir si es una función creciente o decreciente y aplican este razonamiento en el contexto.

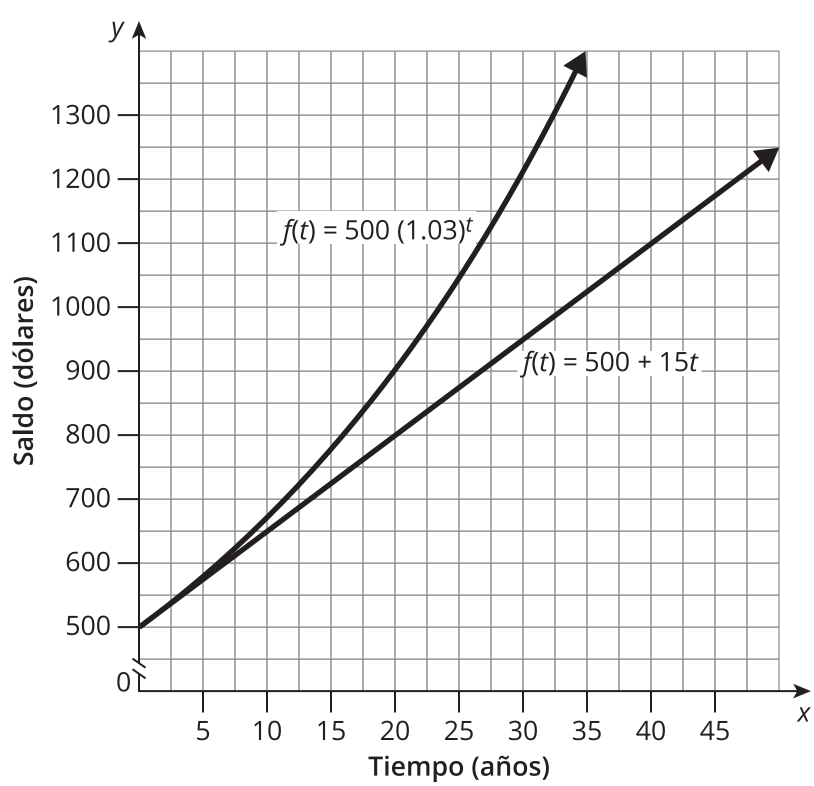
Interés simple y compuesto

Aprender sobre interés simple y compuesto les enseña a los estudiantes a gestionar ahorros y préstamos. Con un **interés simple**, el dinero crece a la misma tasa a través del tiempo, mientras que, con el **interés compuesto**, crece más rápido cuanto más tiempo pasa. La base para aumentar la riqueza es saber que el porcentaje de crecimiento hace que el dinero crezca más rápido.

Tiempo (años)	Saldo de interés simple (dólares)	Saldo de interés compuesto (dólares)
0	500	500
1	515	515
2	530	530.45
10	650	671.96
100	2000	9609.32

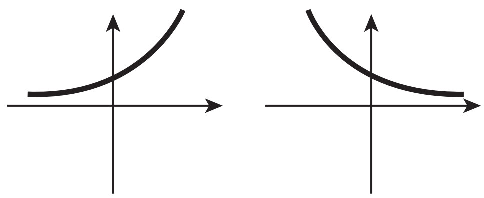
$f(t) = 500(1.03)^t$

- $a = 500$
- $b = 1.03$
- $r = 0.03$



Crecimiento y disminución exponenciales

Algunas cosas naturales, como las bacterias, crecen más rápido a medida que pasa el tiempo. Esto se conoce como *crecimiento exponencial*. De la misma manera, ciertas cosas como una herida que se está sanando, se hará más pequeña más rápido a medida que pasa el tiempo. Esto se conoce como *disminución exponencial*. Se puede utilizar la función exponencial $f(x) = ab^x$ para representar el crecimiento y la disminución exponenciales. Una función exponencial creciente es de la forma $f(x) = a(1 + r)^x$, donde r es la tasa de crecimiento. Una función exponencial decreciente es de la forma $f(x) = a(1 - r)^x$, donde r es la tasa disminución.

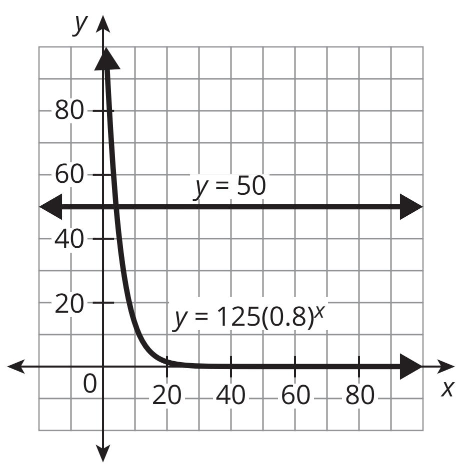


En la **Lección 2: Interpretar parámetros en contexto**, los estudiantes recuerdan cómo resolver una ecuación de forma gráfica al representar ambos lados de la ecuación en una gráfica y al determinar el punto de intersección.

Resolver ecuaciones exponenciales a través de gráficas

Las gráficas se pueden utilizar para resolver ecuaciones exponenciales al estimar el punto de intersección de la gráfica de una función exponencial con una función constante.

Por ejemplo, para determinar la solución de $125(0.8)^x = 50$, grafica cada lado de la ecuación como funciones separadas en el mismo plano de coordenadas.



La solución de la ecuación es $x \approx 4$.

En la **Lección 3: Representar modelos usando funciones exponenciales**, los estudiantes crean un diagrama de dispersión, escriben una ecuación de regresión, utilizan la función para calcular los valores de salida e interpretan qué tan razonable es una predicción con base en el escenario.

MITO

“No soy inteligente”.

La palabra *inteligente* es engañosa porque tiene diferentes significados para diferentes personas. Por ejemplo, ¿dirías que un bebé es “inteligente”? Por un lado, un bebé es incapaz y no sabe nada. pero, por el otro lado, un bebé es excepcionalmente inteligente porque está constantemente aprendiendo cosas nuevas todos los días.

Este ejemplo sirve para demostrar que *inteligente* puede tener dos significados. Puede significar *el conocimiento que tienes* o *la capacidad para aprender de la experiencia.* Cuando alguien dice que “no es inteligente”, ¿está diciendo que no tiene muchos conocimientos o está diciendo que le falta la capacidad para aprender? Si se trata de la primera definición, entonces ninguno de nosotros es inteligente, sino hasta que adquirimos información. Si es la segunda definición, sabemos definitivamente que no es cierta porque todas las personas tienen capacidad de crecer como resultado de las nuevas experiencias.

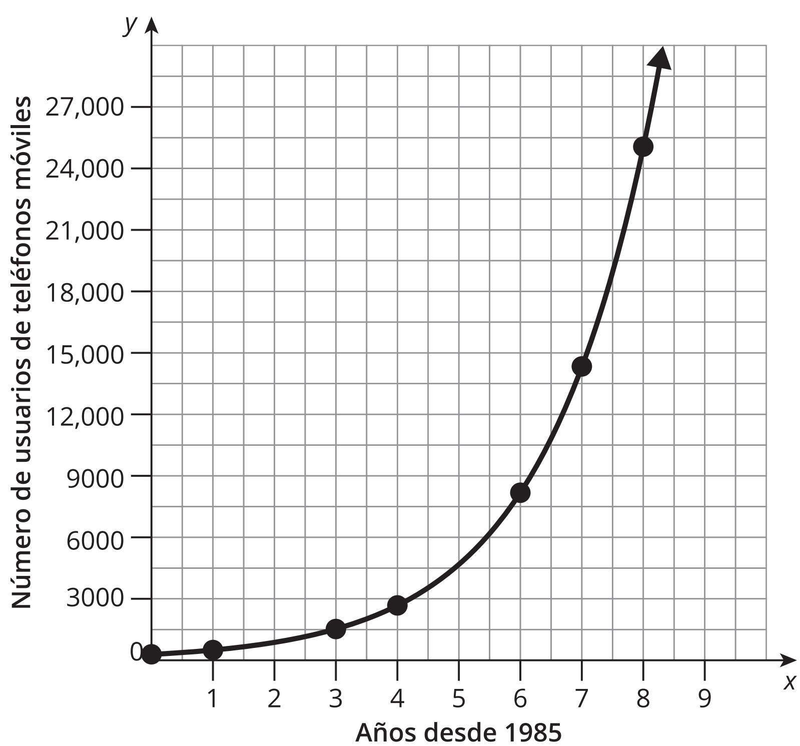
Entonces, si el estudiante no cree que él o ella sea inteligente, anímelo a que sea paciente. Tienen la capacidad de aprender nuevos datos y destrezas. Probablemente no sea fácil y requiera un poco de tiempo y esfuerzo, pero el cerebro cuenta con cableado automático para aprender. El término “inteligente” no debería referirse solo a cuánto conocimiento posees actualmente.

#destructordemitosmatemáticos

Regresión exponencial

Los estudiantes aprenden que, así como algunos puntos de datos casi coinciden con la figura de una línea recta, otros coinciden más con una curva hecha por una función exponencial. Esto permite hacer predicciones sobre cosas que crecen exponencialmente de la misma manera que podemos predecir datos lineales.

Años desde 1985	Número de usuarios de teléfonos móviles
0	285
1	498
3	1527
4	2672
6	8186
7	14,325
8	25,069



Matemática de secundaria

EDICIÓN 1

MÓDULO 5

Guía para la familia

TEMA 1 Introducción a las funciones cuadráticas

En *Introducción a las funciones cuadráticas*, los estudiantes comienzan explorando cuatro situaciones que pueden representarse con funciones cuadráticas. Los estudiantes luego representan cada situación con una ecuación, una gráfica y una tabla de valores y analizan las características de las funciones representadas por cada situación y diferentes formas de una función cuadrática. Utilizan lo que han aprendido acerca de las transformaciones de funciones y aplican este conocimiento para transformar funciones cuadráticas.

¿Dónde hemos estado?

En *Funciones lineales*, los estudiantes aprendieron que las funciones lineales son polinomios de grado 1. Ellos han escrito funciones lineales expresadas en forma general como $f(x) = ax + b$ y en forma factorizada como $y = a(x - c)$. Los estudiantes han aprendido que los ceros de una función son los lugares en donde la función cruza el eje x y pueden identificar los ceros en una gráfica. *Introducción a las funciones cuadráticas* es una extensión directa de estos conceptos; los estudiantes aprenden que las funciones cuadráticas son polinomios de grado 2, con características semejantes a las funciones lineales.

¿Hacia dónde vamos?

En este tema, los estudiantes consolidarán su conocimiento de las transformaciones de funciones. Entender cómo se dibuja una función cuadrática es la base para dibujar polinomios más complicados en niveles superiores de matemáticas.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Reconocer funciones de una tabla de valores es un tema importante que hay que conocer para las pruebas de admisión universitaria.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

¿Qué tipo de función representa esta tabla de valores?

x	$f(x)$
0	1
1	−2
2	−1
3	4
4	13

Como los valores de x son consecutivos, analice los valores $f(x)$ consecutivos. Las primeras diferencias son (−3), 1, 5 y 9. Las *segundas diferencias*, las diferencias entre las primeras diferencias, son 4, 4 y 4. Como las segundas diferencias son iguales, la función es cuadrática.

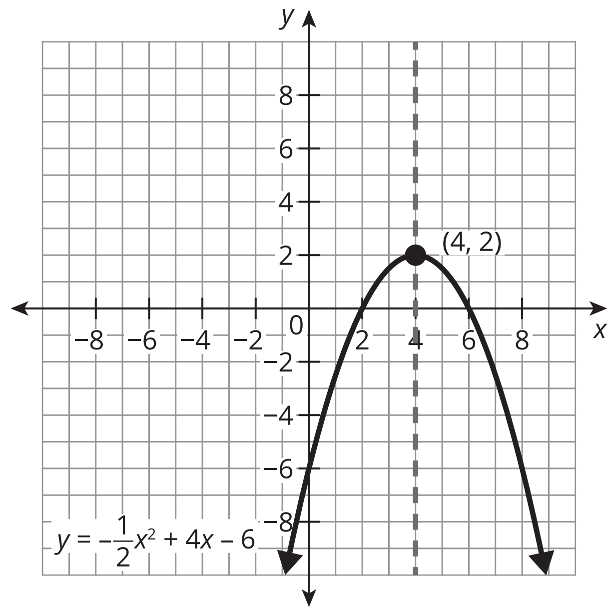
NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- parábola
- modelo de movimiento vertical
- raíces
- segundas diferencias
- forma estándar de una función cuadrática
- forma factorizada
- cóncavo hacia abajo
- cóncavo hacia arriba
- vértice
- eje de simetría
- argumento de una función
- reflexión
- línea de reflexión
- forma de vértice

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

La figura que forma una función cuadrática cuando se grafica se llama *parábola*. Una **parábola** es una curva suave con simetría de reflexión.



Las **segundas diferencias** son las diferencias entre los valores consecutivos de las primeras diferencias.

x	y
–3	–5
–2	0
–1	3
0	4
1	3
2	0
3	–5

Primeras diferencias

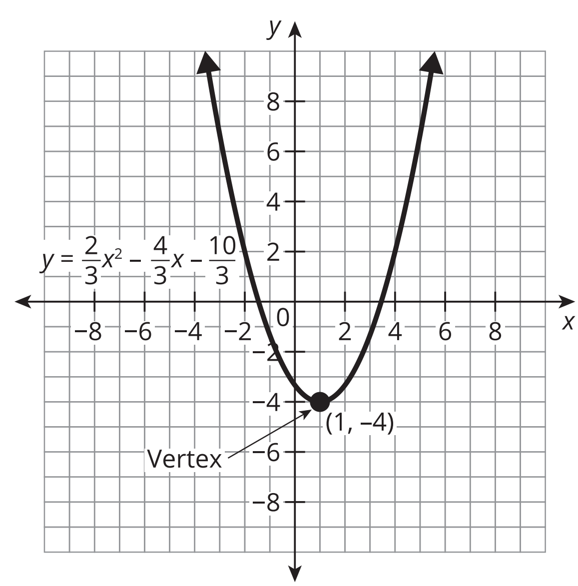
$0 - (-5) = 5$
$3 - 0 = 3$
$4 - 3 = 1$
$3 - 4 = -1$
$0 - 3 = -3$
$-5 - 0 = -5$

Segundas diferencias

$3 - 5 = -2$
$1 - 3 = -2$
$-1 - 1 = -2$
$-3 - (-1) = -2$
$-5 - (-3) = -2$

El **vértice de una parábola** es el punto más bajo o más alto de la gráfica de la función cuadrática.

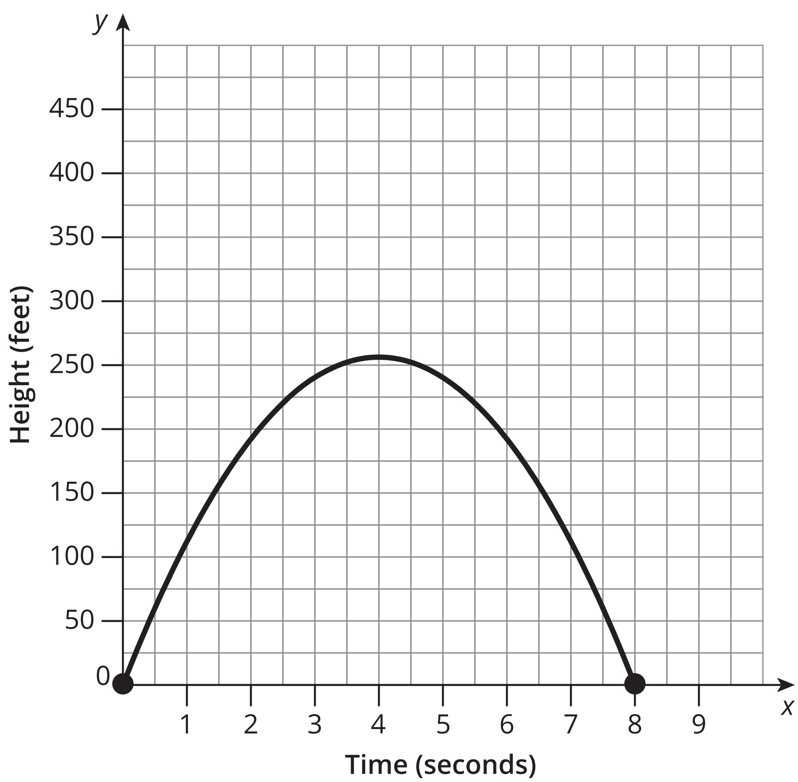
El vértice de la gráfica de $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$ es el punto (1, −4), el mínimo absoluto de la parábola.



En la **Lección 1: Explorar funciones cuadráticas**, se presenta a los estudiantes las funciones cuadráticas.

Parábolas

Los modelos de movimiento vertical son un ejemplo básico de cómo se usan las parábolas todos los días. Cada vez que un objeto se lanza al aire, la gravedad tiene un efecto en él, el objeto alcanza una altura máxima y luego cae de nuevo al suelo.



En la **Lección 2: Características clave de las funciones cuadráticas**, se presenta a los estudiantes las diversas formas de funciones cuadráticas.

Formas de cuadráticas

Hay tres formas de funciones cuadráticas que los estudiantes encontrarán y usarán de diferentes maneras. La forma estándar, que también se denomina forma general, es $f(x) = ax^2 + bx + c$.

La forma factorizada es $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, donde $a \neq 0$ y r_1 y r_2 representa las raíces.

La forma de vértice es $f(x) = a(x - h)^2 + k$, donde (h, k) representa el vértice de la función.

MITO

Algunos estudiantes aprenden con su "hemisferio cerebral derecho" y otros con su "hemisferio cerebral izquierdo".

Como probablemente lo sepas, el cerebro está dividido en dos hemisferios: el izquierdo y el derecho. Algunos establecen categorías para las personas según su modo preferido o dominante de razonamiento. A quienes piensan con su "hemisferio cerebral derecho" se les considera más intuitivos, creativos e imaginativos. Los que piensan con su "hemisferio cerebral izquierdo" son más lógicos, verbales y matemáticos.

El cerebro también se puede descomponer en lóbulos. El *lóbulo occipital* se puede encontrar en la parte posterior del cerebro y es responsable de procesar la información visual. Los *lóbulos temporales*, los cuales se encuentran arriba de los oídos, procesan el lenguaje y la información sensorial. Una banda a lo largo de la parte superior de la cabeza es el *lóbulo parietal* y controla el movimiento. Finalmente, el *lóbulo frontal* es donde ocurre la planificación y el aprendizaje. Otra forma de pensar sobre el cerebro es un enfoque de atrás hacia adelante, en donde la información pasa de ser altamente concreta a ser abstracta.

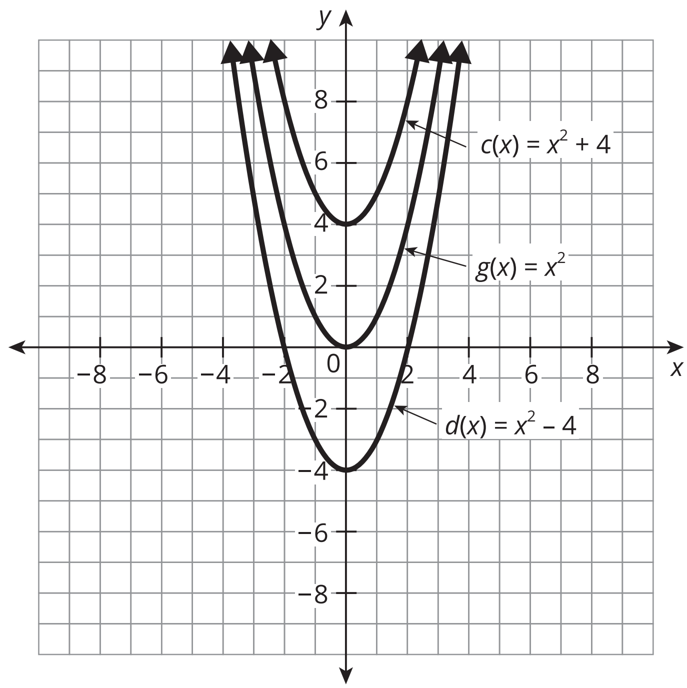
¿Por qué no se dice que algunas personas piensan con "la parte posterior del cerebro" y resultan ser altamente concretos, mientras que otros piensan con "la parte delantera del cerebro" y son más abstractos? La razón es que el cerebro es un órgano altamente interconectado. Cada lóbulo transfiere la información que debe ser procesada por otros lóbulos y están en constante comunicación. ¡Todos utilizamos nuestro *cerebro completo* para pensar!

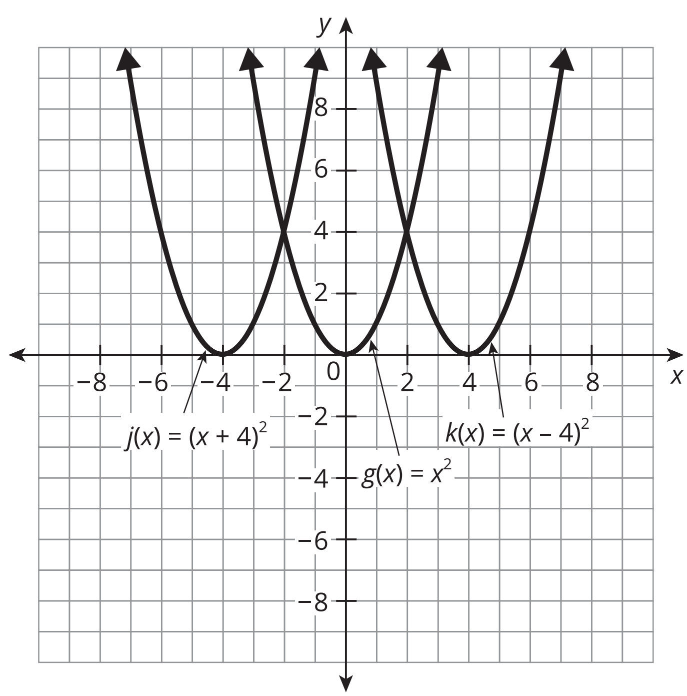
#destructordemitosmatemáticos

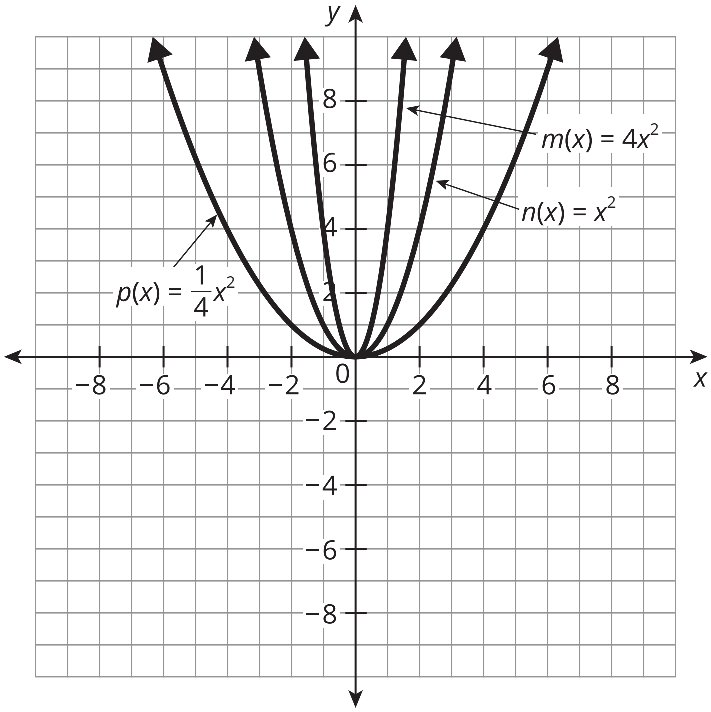
En la **Lección 3: Transformaciones de funciones cuadráticas** y la **Lección 4: Transformaciones horizontales y forma de vértice**, los estudiantes amplían su comprensión de las transformaciones para incluir funciones cuadráticas.

Transformaciones

Las transformaciones primero se introdujeron con funciones lineales y ahora se aplican a funciones cuadráticas. Los estudiantes aplicarán traslaciones verticales y horizontales, dilataciones verticales y horizontales (estiran y comprimen) y reflexiones a través de ambos ejes.






y
x
8
6
4
2
0
−2
−4
−6
−8
−8
−6
−4
−2
2
4
6
8
m(x) = 4x²
n(x) = x²
p(x) = 1/4 x²

TEMA 2 Operaciones con polinomios

Operaciones con polinomios comienza con una revisión de polinomios. Los estudiantes clasifican diversas expresiones polinómicas sobre cualquier base a la que le encuentren sentido; pueden utilizar lo que ya saben acerca de términos, potencias y coeficientes principales, o bien, pueden clasificar utilizando otro conocimiento previo. Los estudiantes suman y restan polinomios, primero con una representación gráfica de un contexto y, luego, utilizando álgebra. Ellos se apoyan en su conocimiento de fichas de álgebra y en un modelo basado en el área para multiplicar binomios antes de utilizar la propiedad distributiva. Utilizar el modelo basado en el área para multiplicar binomios también prepara a los estudiantes a factorizar trinomios, lo cual harán en el próximo tema. Después, los estudiantes aprenden a dividir polinomios mediante la división larga de polinomios e interpretan lo que significan el cociente y el residuo. Aprenden sobre el teorema del factor y el teorema del residuo, específicamente que si un polinomio se divide por una expresión lineal, $x - r$, y el residuo es 0, entonces la expresión $x - r$ es un factor del polinomio. Si el residuo no es 0, entonces $x - r$ no es un factor del polinomio.

¿Dónde hemos estado?

A partir de la escuela primaria, los estudiantes han utilizado modelos basados en el área para multiplicar. Esta herramienta resulta útil en la multiplicación de números enteros positivos, fracciones y números mixtos, así como en el aprendizaje de la propiedad distributiva. Este conocimiento previo ayuda a los estudiantes a multiplicar un monomio por un binomio y dos binomios. También sirve de base para la factorización de un trinomio. En cursos anteriores, los estudiantes dividían números de varios dígitos usando algoritmos estándar, como la división larga, e interpretaban los restos. Los estudiantes utilizarán este conocimiento previo al dividir polinomios de grado dos por polinomios de grado uno usando la división larga de polinomios.

¿Hacia dónde vamos?

En los próximos cursos, los estudiantes utilizarán la propiedad distributiva para multiplicar números complejos. Un número complejo tiene la forma $(a + bi)$; tiene un equipo de número real a y un término imaginario bi. Multiplicarán y luego usarán el hecho de que $i^2 = -1$ para reescribir la expresión.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Los productos especiales al multiplicar binomios son un tema importante que hay que conocer para las pruebas de admisión universitaria.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

¿Qué patrones observas entre los factores y los productos?

$(x - 4)(x + 4) = x^2 - 16$	$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$
$(x + 4)(x + 4) = x^2 + 8x + 16$	$(x + 3)(x + 3) = x^2 + 6x + 9$
$(x - 4)(x - 4) = x^2 - 8x + 16$	$(x - 3)(x - 3) = x^2 - 6x + 9$

La *diferencia de dos cuadrados es una expresión* en la forma $a^2 - b^2$ que tiene factores $(a - b)(a + b)$.

Un *trinomio cuadrado perfecto* es una expresión en la forma $a^2 + 2ab + b^2$ o la forma $a^2 - 2ab + b^2$.

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

- polinomio
- monomio
- binomio
- trinomio
- grado de un polinomio
- diferencia de dos cuadrados
- trinomio cuadrado perfecto
- teorema del factor
- división (larga) de polinomios
- teorema del residuo

¿En dónde estamos?

La división larga de polinomios es un algoritmo para dividir un polinomio por otro de igual o menor grado.

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 6x + 3 \\ 2x + 3\overline{)\,8x^3 + 0x^2 - 12x - 7} \\ -(8x^3 + 12x^2) \\ \hline -12x^2 - 12x \\ -(-12x^2 - 18x) \\ \hline 6x - 7 \\ -(6x + 9) \\ \hline \text{Residuo} \qquad -16 \end{array}$$

En la **Lección 1: Suma y resta de polinomios**, se presentan a los estudiantes las definiciones formales relacionadas con los polinomios. Ellos también suman y restan funciones, tanto gráfica como algebraicamente en un contexto.

Polinomios

Un **polinomio** es una expresión que implica la suma de potencias en una variable o más multiplicadas por coeficientes. Un polinomio en una variable es la suma de términos de la forma ax^k, donde a, llamado el *coeficiente*, es un número real y k es un número entero no negativo. Un polinomio está escrito en forma estándar cuando los términos están en orden descendente, comenzando con el término de mayor grado y terminando con el término de menor grado.

$$a_1x^k + a_2x^{k-1} + \ldots a_nx^0$$

Cada producto de un polinomio se llama *término*. Los polinomios se denominan según el número de términos: un **monomio** tiene exactamente 1 término, un **binomio** tiene exactamente 2 términos y un **trinomio** tiene exactamente 3 términos. El exponente de un término es el grado del término y el mayor exponente de un polinomio es el **grado del polinomio**.

Las características del polinomio $15x^3 + 7x + 3$ se muestran en la tabla.

	1.er término	2.º término	3.er término
Término	$15x^3$	$7x$	3
Coeficiente	15	7	3
Potencia	x^3	x^1	x^0
Exponente	3	1	0

Este trinomio tiene un grado 3 porque 3 es el mayor grado de términos en el trinomio.

Sumar y restar expresiones polinómicas

Los polinomios se pueden sumar o restar identificando los términos semejantes de las funciones polinómicas, utilizando la propiedad asociativa para agrupar los términos semejantes y combinando los términos semejantes para simplificar la expresión.

Ejemplo 1
Expresión: $(7x^2 - 2x + 12) + (8x^3 + 2x^2 - 3x)$

Los términos semejantes son $7x^2$ y $2x^2$, y $-2x$ y $-3x$. Los términos $8x^3$ y 12 no son términos semejantes.

$(7x^2 - 2x + 12) + (8x^3 + 2x^2 - 3x)$
$8x^3 + (7x^2 + 2x^2) + (-2x - 3x) + 12$
$8x^3 + 9x^2 - 5x + 12$

Ejemplo 2

Expresión: $(4x^4 + 7x^2 - 3) - (2x^2 - 5)$

Los términos semejantes son $7x^2$ y $2x^2$, y -3 y -5. El término $4x^4$ no tiene un término semejante.
$(4x^4 + 7x^2 - 3) - (2x^2 - 5)$
$4x^4 + (7x^2 - 2x^2) + (-3 + 5)$
$4x^4 + 5x^2 + 2$

En la **Lección 2: Multiplicación de polinomios**, los estudiantes usan fichas de álgebra y tablas de multiplicar para multiplicar binomios.

Multiplicar binomios usando fichas de álgebra

Los estudiantes pueden usar fichas de álgebra para modelar dos binomios y determinar su producto.

Inicio

Modelado de binomios
Representa cada binomio con fichas de álgebra.

x	1

$x + 1$

x	1	1

$x + 2$

Crea un modelo de área usando cada binomio.

•	x	1	1
x	x^2	x	x
1	x	1	1

El producto de $(x + 1)(x + 2)$ es $x^2 + x + x + x + 1 + 1$.
Esto se simplifica a $x^2 + 3x + 2$.

MITO

“Si obtengo la respuesta correcta, entonces no debería tener que explicar por qué”.

Algunas veces se obtiene la respuesta correcta por las razones equivocadas. Suponga que a una estudiante le preguntan: “¿Cuánto es 4 dividido entre 2?” y ella responde confiada “¡2!” Si ella no da ninguna explicación, entonces podría asumirse que entiende cómo dividir números enteros positivos. Pero ¿qué sucede si ella usó la siguiente regla para resolver ese problema? “Restar 2 de 4 una vez”. Aun cuando ella dio la respuesta correcta, no comprende del todo la división.

Sin embargo, si se le pide que explique su razonamiento, ya sea con un dibujo, creando un modelo o dando un ejemplo diferente, el maestro tiene la oportunidad de corregir los puntos débiles. Si los maestros no están expuestos al razonamiento de sus estudiantes tanto para las respuestas correctas como las incorrectas, entonces no se enterarían de los conceptos erróneos comunes ni podrían abordarlos. Esto es importante porque las matemáticas son acumulativas en el sentido que las nuevas lecciones se basan en los conocimientos previos.

Debería pedirle al estudiante que explique su forma de pensar, cuando sea posible, incluso si no sabe si la explicación es correcta. Cuando los niños (¡y los adultos!) explican algo a alguien más, eso les ayuda a aprender. El simple proceso de intentar explicarlo resulta útil.

#destructordemitosmatemáticos

Multiplicar binomios usando tablas de multiplicar

Los estudiantes pueden usar tablas de multiplicar para multiplicar binomios y determinar el producto.

$(9x - 1)(5x + 7)$

$\cdot$	$9x$	-1
$5x$	$45x^2$	$-5x$
7	$63x$	-7

$$\begin{aligned}(9x - 1)(5x + 7) &= 45x^2 - 5x + 63x - 7\\ &= 45x^2 + 58x - 7\end{aligned}$$

En la **Lección 3: División de polinomios**, se presenta a los estudiantes la división larga de polinomios. Realizan una división larga de polinomios para determinar la función lineal que es el otro factor, y los estudiantes usan esta información para determinar los ceros y reescribir la función cuadrática como un producto de factores lineales.

Teorema del factor y residuo

Los estudiantes utilizarán el Teorema del factor para demostrar que una expresión lineal es un factor de un polinomio. Luego de determinar si una expresión lineal es un factor, es posible que usen la división larga de polinomios para determinar el otro factor del polinomio.

Si $f(x) = 3x^2 + 10x + 1$, para determinar si $(x + 4)$ es un factor de $f(x)$, debemos determinar el valor de $f(-4)$.

$f(-4) = 3(-4)^2 + 10(-4) + 1$
$f(-4) = 9$

Esto significa que cuando el residuo $f(x)$ se divide entre $(x + 4)$ es 9, no 0; por lo tanto, $(x + 4)$ no es un factor de $f(x) = 3x^2 + 10x + 1$.

División larga de polinomios

La división larga de polinomios es un algoritmo para dividir un polinomio por otro de igual o menor grado. El proceso es similar a la división larga con números enteros.

<table>
<tr><th>División larga de números enteros</th><th>División larga de polinomios</th></tr>
<tr>
<td>

$3660 \div 12$

o

$\frac{3660}{12}$

$$\begin{array}{r} 305 \\ 12\overline{)3660} \\ \underline{-36} \\ 6 \\ \underline{-0} \\ 60 \\ \underline{-60} \\ 0 \end{array}$$

</td>
<td>

$(2x^2 + 5x - 12) \div (x + 4)$

o

$\frac{2x^2 + 5x - 12}{x + 4}$

$$\begin{array}{r} \text{A}\;2x \;\;\text{D}\;-3 \\ x + 4\overline{)2x^2 + 5x - 12} \\ \text{B}\;\underline{-(2x^2 + 8x)\downarrow}\;\;\text{C} \\ -3x - 12 \\ \underline{-(-3x - 12)} \\ \text{Residuo } 0 \end{array}$$

A. Divide $\frac{-x^2}{x} = 2x$.
B. Multiplica $2x(x + 4)$ y, luego, resta.
C. Baja -12.
D. Divide $\frac{23x}{x} = -3$.
E. Multiplica $-3(x + 4)$ y, luego, resta.

</td>
</tr>
</table>

Guía para la familia

MÓDULO 5 Maximizar y minimizar **Álgebra I**

TEMA 3 Resolución de ecuaciones cuadráticas

Los estudiantes repasan los polinomios utilizando diferentes métodos para sumar, restar, multiplicar y dividir polinomios. Antes de que los estudiantes resuelvan ecuaciones cuadráticas utilizando los métodos tradicionales (factorización, completar el cuadrado y la fórmula cuadrática), ellos utilizan lo que saben acerca de las propiedades de igualdad, raíces cuadradas y parábolas para resolver ecuaciones de la forma $x^2 = n$ and $ax^2 - c = n$. Los estudiantes luego aprenden a factorizar o completar el cuadrado para resolver ecuaciones cuadráticas y problemas de la vida real. Después, los estudiantes derivan la fórmula cuadrática. Ven la estructura de las soluciones de las ecuaciones cuadráticas en la fórmula cuadrática: el eje de simetría más o menos la distancia con la parábola. Por último, se presenta a los estudiantes una situación del mundo real y se utilizan estrategias familiares para completar una regresión cuadrática para determinar la curva de mejor ajuste.

¿Dónde hemos estado?

Los estudiantes conocen las características que definen una función cuadrática. Han explorado los ceros de las funciones y han interpretado su significado en contextos. Los estudiantes saben que la forma factorizada de una ecuación cuadrática da los ceros de la función. Pueden trazar ecuaciones cuadráticas utilizando características clave de una ecuación escrita de diferentes formas. Los estudiantes tienen una amplia experiencia en la localización de soluciones de ecuaciones utilizando una representación gráfica.

¿Hacia dónde vamos?

Las técnicas para resolver ecuaciones cuadráticas serán aplicables a medida que los estudiantes resuelven polinomios de mayor grado en futuros cursos de matemáticas. Entender la estructura y la simetría de una ecuación cuadrática permite a los estudiantes resolver ecuaciones cuadráticas con raíces complejas, así como polinomios de mayor grado.

TEMAS DE DISCUSIÓN

HABLE CON SU ESTUDIANTE

Las formas equivalentes de ecuaciones cuadráticas son un tema importante que hay que conocer para las pruebas de admisión universitaria.

AQUÍ HAY UNA PREGUNTA DE EJEMPLO

La gráfica de $y = (x - 8)(x + 2)$ es una parábola en el plano xy. Reescribe la ecuación de forma equivalente, de modo que las coordenadas x e y del vértice de la parábola aparezcan como constantes.

Para resolver esto, los estudiantes podrían usar el proceso de completar el cuadrado.

$y = (x - 8)(x + 2)$
$y = x^2 - 6x - 16$
$y + 16 = x^2 - 6x$
$y + 16 + 9 = x^2 - 6x + 9$
$y + 25 = (x - 3)^2$

$y = (x - 3)^2 - 25$ es la forma de vértice de la ecuación de la parábola con vértice en $(3, -25)$.

NUEVOS TÉRMINOS CLAVE

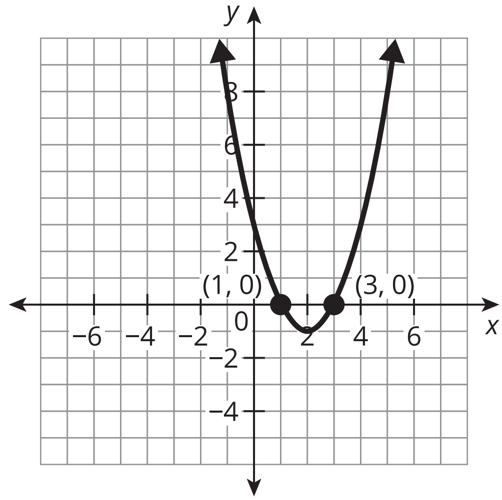
- raíz cuadrada principal
- raíces
- raíz doble
- propiedad del producto cero
- completar el cuadrado
- fórmula cuadrática
- discriminante

Consulta las definiciones de los nuevos términos clave en el glosario de matemáticas.

¿En dónde estamos?

Una **raíz** de una ecuación indican dónde la gráfica de la ecuación cruza el eje x.

Las raíces de la ecuación cuadrática $x^2 - 4x + 3 = 0$ son $x = 3$ y $x = 1$.



La **fórmula cuadrática** es $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y se puede usar para calcular soluciones de cualquier ecuación cuadrática de la fórmula $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b, y c representan números reales $a \neq 0$.

El **discriminante** es la expresión del radicando en la fórmula cuadrática que "discrimina" el número de raíces reales de una ecuación cuadrática.

El discriminante en la fórmula cuadrática es la expresión $b^2 - 4ac$.

En la **Lección 2:** *Soluciones a ecuaciones cuadráticas en forma de vértice* , los estudiantes aprenden a resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $y = a(x - h)^2 + k$.

Por ejemplo, considera la ecuación $20 = 2(x - 1)^2 + 2$

$$1 \pm \sqrt{\frac{20 - 2}{2}} = x$$

$$1 \pm \sqrt{9} =$$

$$1 \pm 3 =$$

Las soluciones de la ecuación están a 3 unidades del eje de simetría, $x = 1$. Las soluciones son $x = -2$ y $x = 4$.

En la **Lección 3: Factorizar y completar el cuadrado**, los estudiantes aprenden a resolver ecuaciones cuadráticas de la forma $y = ax^2 + bx + c$.

Resolver ecuaciones cuadráticas mediante la factorización

Los estudiantes pueden factorizar trinomios reescribiéndolos como el producto de dos expresiones lineales. Pueden utilizar la factorización y la propiedad de producto cero para resolver ecuaciones cuadráticas en la forma $y = ax^2 + bx + c$.

Primero, la ecuación se establece igual a cero sumando 3 a cada lado. Luego, el lado izquierdo de la ecuación se divide entre dos factores, $(x - 3)$ y $(x - 1)$. Porque los dos factores se multiplican para que sea igual a cero, al menos uno de ellos debe ser igual a cero. Esto significa que resolver las ecuaciones $x - 1 = 0$ y $x - 3 = 0$ resultará en al menos una solución para la ecuación cuadrática.

$$x^2 - 4x = -3$$
$$x^2 - 4x + 3 = -3 + 3$$
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$(x - 3) = 0 \quad \text{o} \quad (x - 1) = 0$$
$$x - 3 + 3 = 0 + 3 \quad \text{o} \quad x - 1 + 1 = 0 + 1$$
$$x = 3 \quad \text{o} \quad x = 1$$

Completar el cuadrado para determinar raíces

Los estudiantes pueden utilizar el método de completar el cuadrado para determinar las raíces de una ecuación cuadrática que no se puede factorizar.

Determina las raíces de la ecuación $x^2 + 10x + 12 = 0$.

Aísla $x^2 + 10x$. Puedes completar el cuadrado y reescribir esto como un trinomio cuadrado perfecto.

$$x^2 + 10x + 12 - 12 = 0 - 12$$
$$x^2 + 10x = -12$$

Determina el término constante que completaría el cuadrado. Suma este término a ambos lados de la ecuación.

$$x^2 + 10x + \underline{\quad\quad} = -12 + \underline{\quad\quad}$$
$$x^2 + 10x + 25 = -12 + 25$$
$$x^2 + 10x + 25 = 13$$

Factoriza el lado izquierdo de la ecuación.

$$(x + 5)^2 = 13$$

Determina la raíz cuadrada de cada lado de la ecuación.

$$\sqrt{(x + 5)^2} = \pm\sqrt{13}$$
$$x + 5 = \pm\sqrt{13}$$

Establece el factor del trinomio cuadrado perfecto igual a cada raíz cuadrada de la constante. Resuelve para x.

$$x + 5 = \sqrt{13} \quad \text{y} \quad x + 5 = -\sqrt{13}$$
$$x = -5 + \sqrt{13} \quad \text{y} \quad x = -5 - \sqrt{13}$$
$$x \approx -1.39 \quad \text{y} \quad x \approx -8.61$$

Las raíces son aproximadamente -1.39 y -8.61.

En la **Lección 4: La fórmula cuadrática**, los estudiantes derivan la fórmula cuadrática. Luego, utilizan la fórmula cuadrática para resolver problemas dentro y fuera de contexto.

MITO

"Una vez que entiendo algo, significa que ya lo aprendí".

El aprendizaje es complicado por tres razones. Primero, aun cuando aprendamos algo, no siempre reconocemos cuándo ese conocimiento resulta útil. Por ejemplo, sabes que hay cuatro monedas de 25 centavos en un dólar. Pero, si alguien te pregunta: "¿Cuánto es 75 multiplicado por 2?", es probable que no puedas reconocer inmediatamente que es lo mismo que tener seis monedas de 25 centavos.

Segundo, cuando aprendes algo nuevo, no significa que la forma antigua de pensar va a desaparecer. Por ejemplo, algunos niños piensan que el norte queda justo al frente. Pero ¿alguna vez has seguido direcciones en tu teléfono e hiciste un giro equivocado, solo para darte cuenta de tu error y pensar "¡Sé cómo hacerlo!"?

La razón final de que el aprendizaje es complicado es que es equilibrado por un proceso mental diferente: el olvido. Aun cuando aprendemos algo (por ejemplo, la combinación de tu casillero), cuando lo dejamos de utilizar (por ejemplo, cuando obtienes un nuevo casillero), se vuelve sumamente difícil de recordar.

Siempre debería haber un asterisco junto a la palabra cuando decimos que hemos aprendido* algo.

#destructordemitosmatemáticos

Fórmula cuadrática

Puedes emplear la **fórmula cuadrática,** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ para calcular las soluciones a cualquier ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b, y c representan los números reales $a \neq 0$.

Por ejemplo, dada la función $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$ podemos identificar los valores de a, b y c.

$$a = 2; b = -4; c = -3$$

Después, utilizamos la fórmula cuadrática para resolverlo.

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{4}$$

$$x \approx \frac{4 + 6.325}{4} \approx 2.581 \quad \text{or} \quad x \approx \frac{4 - 6.325}{4} \approx -0.581$$

Las raíces son aproximadamente 2.581 y (−0.581).

Una función cuadrática puede tener un cero real, dos ceros reales o, a veces, ningún cero real.

En la **Lección 5: Uso de funciones cuadráticas para modelar datos**, los estudiantes determinan una ecuación de regresión cuadrática para representar conjuntos de datos y usan las ecuaciones de regresión para hacer estimaciones y predicciones.

Regresión cuadrática

Similar a los modelos de regresión utilizados con datos lineales y exponenciales, algunas situaciones se representan mejor con modelos de regresión cuadráticas. Luego de elegir el tipo de modelo de regresión para representar mejor la situación, puede usarse para hacer predicciones para los datos.

El modelo de regresión para estos datos es $y = 0.0407x^2 + 0.809x + 23.3$.

	Consumo de combustible (mil millones de galones)
0	23.8
5	27.4
10	35.6
15	45.6
19	52.8